Report n.20

Metodi di scomposizione dell'inflazione aggregata: recenti sviluppi

Giovanni Boletto

Pisa,1988
Questa ricerca è stata finanziata in parte dal Ministero della Pubblica Istruzione.

1 - Nella presente nota ci proponiamo di mettere in evidenza gli aspetti metodologici relativi alla scomposizione del tasso d'inflazione, in base ai metodi di Allen, Marczewski, Predetti e di una "variante" di quest'ultimo, ottenuto utilizzando i numeri indici a base fissa dei prezzi impliciti.
Dimostreremo, dapprima, come nei primi due metodi il TASSO D'INFLAZIONE COMPLESSIVO (prezzi impliciti del totale delle risorse) non sia altro che una media aritmetica ponderata dei tassi d'inflazione dei singoli fattori (ad es., costo del lavoro per unità di prodotto, risultato lordo di gestione per unità di prodotto, tassi impliciti delle imposte indirette, prezzi impliciti delle importazioni), con pesi, ovviamente, diversi da metodo a metodo. Poi, metteremo in evidenza perchè i risultati (ovvero i contributi in punti percentuali dei singoli fattori al TASSO D'INFLAZIONE complessivo) ottenuti con i due procedimenti, non presentano differenze significative, specialmente quando si "utilizzano" numeri indici impliciti a base mobile. Infine, confronteremo i metodi di Allen e Marczewski con quello del Predetti e con un metodo derivante da quest'ultimo.
Come è noto, per misurare statisticamente l'inflazione di un sistema economico si può adoperare l'indice generale dei prezzi al consumo che, essendo un indice di tipo LASPEYRES, ci permette di calcolare l'aumento del livello generale dei prezzi interni di mercato fra l'anno base e l'anno di volta in volta considerato oppure tra due anni intermedi successivi o meno.
Deflazionando, cioè depurando le variazioni dei valori o più precisamente dell'indice di valore delle RISORSE TOTALI (relative ad un dato sistema economico) dagli effetti delle variazioni del suindicato indice dei prezzi otteniamo l'indice di tipo PAASCHE, che misura le variazioni del volume (o delle quantità) dei beni e servizi prodotti soltanto fra l'anno base (ad es., 1970) e l'anno di volta in volta considerato[1] .
Volendo calcolare le variazioni delle risorse in termini reali anche tra due anni successivi (ad es. fra il 1986 ed il 1987) è necessario dividere gli indici di valore per i corrispondenti indici dei prezzi

---

1

$$\left(\frac{\sum p_{j,87}\, q_{j,87}}{\sum p_{j,70}\, q_{j,70}} : \frac{\sum p_{j,87}\, q_{j,70}}{\sum p_{j,70}\, q_{j,70}} - 1\right) = \left(\frac{\sum p_{j,87}\, q_{j,87}}{\sum p_{j,87}\, q_{j,70}} - 1\right)$$

ottenuti in base alla formula di tipo PAASCHE[2] . Questi ultimi indici si possono ottenere facilmente dalle serie storiche degli aggregati della CONTABILITA' NAZIONALE, che vengono calcolati sia a prezzi correnti che a prezzi costanti (nel nostro caso a prezzi 1970) e assumono, com'è noto, la denominazione di INDICI IMPLICITI DEI PREZZI.

2 - Mediante i prezzi impliciti dei vari aggregati (ad es.,costo del lavoro dipendente, risultato lordo di gestione, imposte indirette nette, importazioni di beni e servizi) che formano l'aggregato RISORSE TOTALI della CONTABILITA' NAZIONALE, possiamo misurare quantitativamente e separatamente gli effetti che il comportamento dei vari operatori economici esercita sull'incremento del livello generale dei prezzi[3] .
In altre parole, possiamo scomporre il tasso d'inflazione secondo i vari settori (fino agli aggregati più "semplici" dei conti nazionali) e quindi stimare il contributo di ciascun fattore alla variazione dei prezzi impliciti delle RISORSE TOTALI.
Per ciascun aggregato è necessario calcolare il FLUSSO INFLAZIONISTICO, che si manifesta quando l'incremento (tra due periodi successivi o meno) dei mezzi di pagamento che passano dalle mani degli acquirenti a quelle dei venditori (FLUSSO MONETARIO) supera l'incremento del volume dei beni e servizi che passano dai venditori ai compratori (FLUSSO REALE)[4].
In altre parole, tale FLUSSO INFLAZIONISTICO si forma quando aumenta il valore nominale dei costi di produzione (retribuzioni, oneri sociali, interessi, dividendi, imposte, importazioni, ecc.) per unità di prodotto.

2

$$\frac{\sum p_{j,87}\, q_{j,87}}{\sum p_{j,86}\, q_{j,86}} : \left(\frac{\sum p_{j,87}\, q_{j,87}}{\sum p_{j,70}\, q_{j,87}} : \frac{\sum p_{j,86}\, q_{j,86}}{\sum p_{j,70}\, q_{j,86}} \right) - 1 = \frac{\sum p_{j,70}\, q_{j,87}}{\sum p_{j,70}\, q_{j,86}} - 1$$

dove l'espressione racchiusa fra parentesi non è altro che il rapporto tra gli indici impliciti dei prezzi relativi al 1987 ed al 1986.

3 Partendo, invece, dagli indici dei prezzi al consumo, non è facile stimare separatamente tali effetti.

4 G.De Meo - *Aspetti statistici dell'inflazione*. Appendice II *Su due metodi di scomposizione del tasso d'inflazione* di G.Gabriele. Annali di Statistica, Serie VIII, vol.30, Roma 1980.

Facendo riferimento ad un generico aggregato **j**, si può indicare con

$$Y_{j,t} - Y_{j,0}$$

l' "INCREMENTO NOMINALE": differenza fra i due aggregati j dell'anno t e dell'anno 0 (=base) e con

$$Y_{j,0}\,({}_0I^q_{j,t} - 1)$$

l' "INCREMENTO REALE": differenza tra i due aggregati in base ai prezzi dell'anno 0, dove ${}_0I_{j,t}$ = indice dell'anno t, con base (=1) nell'anno zero, del volume (quantità) di beni e servizi relativi all'aggregato **j**.
Il FLUSSO INFLAZIONISTICO dell'aggregato **j** è dato dalla differenza fra i suindicati incrementi, cioè

$$F_j = (Y_{j,t} - Y_{j,0}) - Y_{j,0}({}_0I^q_{j,t} - 1) = Y_{j,t} - Y_{j,0}\,({}_0I^q_{j,t}) \qquad [1]$$

Dividendo l'indice di valore relativo all'aggregato j per l'indice di quantità (o di volume) dello stesso aggregato, si ottiene un indice dei prezzi , che in questo caso assume la denominazione di INDICE DEL COSTO PER UNITÀ DI PRODOTTO (${}_0I_{j,t}$), cioè

$${}_0I^p_{j,t} = \frac{\dfrac{Y_{j,t}}{Y_{j,0}}}{{}_0I^q_{j,t}} \qquad [2]$$

[5]

$$Y_{j,t} = {}_0I^p_{j,t}\;{}_0I^q_{j,t}\;Y_{j,0}$$

---

[5] Esiste ovviamente FLUSSO INFLAZIONISTICO se

$$\frac{Y_{j,t}}{Y_{j,0}} > {}_0I^q_{j,t} \quad ; \quad Y_{j,t} > Y_{j,0}\;{}_0I^q_{j,t} \quad ; \quad Y_{j,t} - Y_{j,0}\;{}_0I^q_{j,t} > 0$$

sostituendo quest'ultima espressione al posto di $Y_{j,t}$ della formula [1], si ottiene

$$F_j = Y_{j,0}\, {}_0I^q_{j,t}\,({}_0I^p_{j,t} - 1) = Y_{j,t} - Y_{j,0}\, {}_0I^q_{j,t}$$ 6

Con un'espressione analoga indichiamo il FLUSSO INFLAZIONISTICO per l'aggregato RISORSE TOTALI (Y)

$$F = Y_0\, {}_0I^q_t\,({}_0I^p_t - 1) = Y_t - Y_0\, {}_0I^q_t$$

dove ${}_0I_t$ è l'INDICE DEI PREZZI (IMPLICITI) delle RISORSE o del COSTO UNITARIO DI PRODUZIONE. Togliendo da ${}_0I_t$ l'unità, si ottiene la variazione di tale indice che, per brevità, denomineremo TASSO DI INFLAZIONE, cioè

$${}_0I^p_t - 1 = \frac{Y_t - Y_0\, {}_0I^q_t}{Y_0\, {}_0I^q_t} = \frac{Y_t}{Y_0\, {}_0I^q_t} - 1 = \frac{F}{Y_0\, {}_0I^q_t}$$

3 - Come abbiamo visto precedentemente, il FLUSSO INFLAZIONISTICO relativo all'aggregato j è dato dalla differenza fra l' "INCREMENTO NOMINALE" e l' "INCREMENTO REALE". Quest'ultimo incremento si può ottenere anche nel modo seguente

$$p_{j,t}\, q_{j,t} - p_{j,t}\, q_{j,0} = Y_{j,t} - {}_0I^p_{j,t}\, Y_{j,0}$$

---

6 Ciò risulta chiaramente dal seguente prospetto

Prezzi=costi per unità di prodotto	Quantità = volume		${}_0I^q_{j,t} = \frac{q_{j,t}}{q_{j,0}}$
	$q_{j,0}$	$q_{j,t}$	
$p_{j,0}$	$p_{j,0}\, q_{j,0} = Y_{j,0}$	$p_{j,0}\, q_{j,t} = Y_{j,0}\, {}_0I^q_{j,t}$	
$p_{j,t}$		$p_{j,t}\, q_{j,t} = Y_{j,t}$	
${}_0I^p_{j,t} = \frac{p_{j,t}}{p_{j,0}}$		$p_{j,t}\, q_{j,t} - p_{j,0}\, q_{j,t} = F_j$	

Di conseguenza il FLUSSO INFLAZIONISTICO risulta uguale a

$$
\begin{aligned}
F'_j &= Y_{j,t} - Y_{j,0} - Y_{j,t} + {}_0I^p_{j,t}\,Y_{j,0} \\
&= {}_0I^p_{j,t}\,Y_{j,0} - Y_{j,0} = Y_{j,0}\,({}_0I^p_{j,t} - 1)
\end{aligned}
\qquad [3]
$$

Ricordando che

$$
{}_0I^p_{j,t} = \frac{\dfrac{Y_{j,t}}{Y_{j,0}}}{{}_0I^q_{j,t}} \qquad [4]
$$

si può scrivere

$$
({}_0I^p_{j,t} - 1) = \frac{Y_{j,t} - Y_{j,0}\,{}_0I^q_{j,t}}{Y_{j,0}\,{}_0I^q_{j,t}}
$$ [7]

Analogamente per l'aggregato RISORSE TOTALI, si ha

$$
({}_0I^p_t - 1) = \frac{Y_t - Y_0\,{}_0I^q_t}{Y_0\,{}_0I^q_t}
$$

Quindi la formula che esprime il TASSO D'INFLAZIONE COMPLESSIVO risulta formalmente uguale a quella ottenuta nel paragrafo 2. In realtà, le due formule differiscono per il significato diverso da attribuire a ${}_0I^q_t$ ed ${}_0I^p_t$.
Come dimostreremo in seguito nella "prima" formula (par.2) ${}_0I_t$ è la media aritmetica ponderata degli indici di volume considerati per i singoli aggregati (con pesi pari al valore nominale degli aggregati stessi nell'anno zero), quindi è un indice sintetico di volume di tipo

---

[7] Dividendo ambo i membri della [3] per $Y_{j,0}$ e sostituendo al posto di ${}_0I^p_{j,t}$ l'espressione della [4] si ha:

$$
\frac{F'_j}{Y_{j,0}} = \frac{\dfrac{Y_{j,t}}{Y_{j,0}}}{{}_0I^q_{j,t}} - 1 \quad ; \quad \frac{F'_j}{Y_{j,0}} = \frac{Y_{j,t} - Y_{j,0}\,{}_0I^q_{j,t}}{Y_{j,0}\,{}_0I^q_{j,t}} = {}_0I^p_{j,t} - 1
$$

LASPEYRES e di conseguenza ${}_0I_t^p$ si può considerare un INDICE DEI PREZZI di TIPO PAASCHE (indice implicito dei prezzi).
Nella "seconda" formula (par.3) ${}_0I_t^q$ è la media armonica ponderata degli indici di volume considerati per i singoli aggregati (con pesi pari al valore monetario nell'anno t degli aggregati stessi), e quindi è un indice sintetico di volume di tipo PAASCHE e di conseguenza ${}_0I_t^p$ si può considerare come un indice dei prezzi di tipo LASPEYRES.

4 - Nel settembre 1975, R.G.D. Allen[8] per valutare il contributo del COSTO DEL LAVORO PER UNITÀ DI PRODOTTO, del RISULTATO LORDO DI GESTIONE PER UNITÀ DI PRODOTTO, dei TASSI IMPLICITI DELLE IMPOSTE INDIRETTE NETTE e dei PREZZI IMPLICITI DELLE IMPORTAZIONI di beni e servizi alla variazione dei PREZZI IMPLICITI delle RISORSE del Regno Unito, per il periodo 1972-1974, propose il seguente procedimento [9]

$$({}_0I_{j,t}^p - 1)\frac{Y_{j,0}}{Y_0} \qquad [5]$$

Cioè il contributo in termini di punti percentuali del fattore j si ottiene moltiplicando il "TASSO D'INFLAZIONE" del fattore j per il peso dell'aggregato j nell'ambito delle RISORSE TOTALI nell'anno zero.
L'Allen per i quattro fattori su citati ha determinato i prezzi impliciti che misurano le loro variazioni (rispetto all'anno base 1970) verificatesi nel Regno Unito nei dodici trimestri compresi nel periodo 1972-1974; inoltre ha calcolato, per l'anno 1970, i pesi percentuali sul REDDITO TOTALE dei seguenti aggregati: reddito da lavoro dipendente, risultato lordo di gestione, imposte indirette nette, importazioni di beni e servizi.
In altre parole, gli indici che misurano la dinamica dei quattro fattori sono stati calcolati a BASE FISSA e conseguentemente quali pesi dei quattro fattori sono stati assunti quelli relativi all'anno base (1970).
Il metodo di Allen è stato applicato per la prima volta in Italia da G.De Maria [10] per gli anni 1972-1974.

---

[8] R.G.D. Allen - *The immediate contributors to inflation*, The Economic Journal, Spt 75

[9] Questo procedimento è stato adottato anche dalla Banca d'Inghilterra, Cfr. Bank of England, *Quarterly Bulletin*, vol.15, n.1, march 1975.

[10] G.De Maria - *Fasti e nefasti del nuovo socialismo* in Rivista Internazionale di Scienze Economiche e Commerciali, ottobre 1975, n.10.

In base alla metodologia adottata dal Marczewski (applicata per studiare gli aspetti quantitativi del fenomeno dell'inflazione nell'economia francese nel periodo 1966-1976)[11] il contributo in termini percentuali dell'aggregato j è dato dal rapporto

$$\frac{\text{FLUSSO INFLAZIONISTICO AGGREGATO J}}{\text{FLUSSO INFLAZIONISTICO COMPLESSIVO}} = \frac{F_j}{F}$$

cioè

$$\frac{F_j}{Y_t - Y_0\,{}_0I_t^q}$$

moltiplicando tale espressione per il TASSO D'INFLAZIONE COMPLESSIVO si ottiene il contributo dell'aggregato espresso in termini di punti percentuali, cioè

$$\frac{({}_0I_{j,t}^p - 1)\,Y_{j,0}\,{}_0I_{j,t}^q}{Y_t - Y_0\,{}_0I_t^q}\;\frac{Y_t - Y_0\,{}_0I_t^q}{Y_0\,{}_0I_t^q} = ({}_0I_{j,t}^p - 1)\,\frac{Y_{j,0}\,{}_0I_{j,t}^q}{Y_0\,{}_0I_t^q} \qquad [6]$$

---

11 J.Marczewski - *Inflation et chomage en France*, ediz.Economica, Parigi 1977.

J.Marczewski - *Inflation, redistribution of factors and unemployment.* Economie appliquée archives de l'I.S.M.E.A, tome XXXI, 1978, n.1-2 Ginevra.

J.Marczewski - *Inflation and Unemployment in France - A Quantitative Analysis.*Praeger Publishers, New York and London 1978.

5 - A questo punto ci sembra opportuno riepilogare in un prospetto le espressioni che può assumere il contributo in punti percentuali del fattore **j** al tasso d'inflazione complessivo

Metodo	Contributo in punti percentuali del fattore **j** al tasso d'inflazione complessivo
Allen	$({}_0I^p_{j,t} - 1)\,\frac{Y_{j,0}}{Y_0}$
Marczewski	$({}_0I^p_{j,t} - 1)\,\frac{Y_{j,0}}{Y_0}\,\frac{{}_0I^q_{j,t}}{{}_0I^q_t}$

Quindi per entrambi i metodi:

Tasso **parziale** d'inflazione fattore **j** x peso fattore j =

= contributo fattore j al TASSO D'INFLAZIONE COMPLESSIVO

Il contributo del fattore **j** (al tasso di inflazione complessivo) ottenuto in base al metodo di Marczewski risulta maggiore, uguale o minore di quello ottenuto in base a quello di Allen, se ${}_0I_{j,t} \gtreqless {}_0I_t$, cioè se l'indice di volume dell'aggregato **j** risulta maggiore, uguale o minore di quello delle RISORSE TOTALI. Tenendo presenti le formule riportate nel prospetto precedente, possiamo considerare il TASSO D'INFLAZIONE COMPLESSIVO come una MEDIA ARITMETICA PONDERATA dei "TASSI D'INFLAZIONE DEI SINGOLI AGGREGATI". Infatti, secondo la metodologia adottata da Allen si ha:

$$\frac{\sum_j ({}_0I^p_{j,t} - 1)\, Y_{j,0}}{\sum_j Y_{j,0}\ (=Y_0)} = \frac{Y_t}{Y_0\ {}_0I^q_t} - 1 \qquad [7]$$

12

secondo quella adottata da Marczewski, si ha

$$\frac{\sum_j ({}_0I^p_{j,t} - 1)\ Y_{j,0}\ {}_0I^q_{j,t}}{Y_0\ {}_0I^q_t\ (= \sum_j Y_{j,0}\ {}_0I^q_{j,t})} = \frac{Y_t - Y_0\ {}_0I^q_t}{Y_0\ {}_0I^q_t} \qquad [8]$$

13

---

12 Ricordando che

$$({}_0I^p_{j,t} - 1) = \frac{Y_{j,t} - Y_{j,0}\ {}_0I^q_{j,t}}{Y_{j,0}\ {}_0I^q_{j,t}}$$

bisogna dimostrare che:

$$\sum \frac{\left(Y_{j,t} - Y_{j,0}\ {}_0I^q_{j,t}\right) Y_{j,0}}{Y_{j,0}\ {}_0I^q_{j,t}\ Y_0} = \frac{Y_t}{Y_0\ {}_0I^q_t} - 1\ ;\ \frac{1}{Y_0} \sum \frac{Y_{j,t} - Y_{j,0}\ {}_0I^q_{j,t}}{{}_0I^q_{j,t}} = \frac{Y_t}{Y_0\ {}_0I^q_t} - 1$$

cioè

$$\frac{1}{Y_0} \sum \frac{Y_{j,t}}{{}_0I^q_{j,t}} - 1 = \frac{Y_t}{Y_0\ {}_0I^q_t} - 1\ ;$$

questa uguaglianza si verifica se la sintesi degli indici elementari di quantità è di tipo PAASCHE, cioè

$${}_0I^q_t = \frac{Y_t}{\sum \frac{Y_{j,t}}{{}_0I^q_{j,t}}} = \frac{\sum p_{j,t}\ q_{j,t}}{\sum p_{j,t}\ q_{j,0}}$$

13 Analogamente, bisogna dimostrare che

Nel primo caso, il "peso" è dato dal valore dell'aggregato **j** relativo all'anno zero ($Y_{j,0}$); nel secondo caso, dal valore dell'aggregato j relativo all'anno **t** ai prezzi all'anno zero ($Y_{j,0}\ {}_0I^q_{j,t}$).

6 - Consideriamo adesso la formula che esprime il TASSO D'INFLAZIONE COMPLESSIVO e sostituiamo al posto di ${}_0I^q_t$ le espressioni ricavate, rispettivamente, nelle note 12 e 13, cioè

$$({}_0I^p_t - 1) = \frac{Y_t}{Y_0\ {}_0I^q_t} - 1$$

Nel metodo di Allen si ottiene

$$({}_0I^p_t - 1) = \frac{\sum p_{j,t}\, q_{j,t}}{\sum p_{j,0}\, q_{j,0} \dfrac{\sum p_{j,t}\, q_{j,t}}{\sum p_{j,t}\, q_{j,0}}} - 1 = \frac{\sum p_{j,t}\, q_{j,0}}{\sum p_{j,0}\, q_{j,0}} - 1$$

Nel metodo di Marczewski, si ha

$$({}_0I^p_t - 1) = \frac{\sum p_{j,t}\, q_{j,t}}{\sum p_{j,0}\, q_{j,0} \dfrac{\sum p_{j,0}\, q_{j,t}}{\sum p_{j,0}\, q_{j,0}}} - 1 = \frac{\sum p_{j,t}\, q_{j,t}}{\sum p_{j,0}\, q_{j,t}} - 1$$

(Variazione prezzi impliciti aggregato RISORSE TOTALI)

$$\sum \frac{(Y_{j,t} - Y_{j,0}\ {}_0I^q_{j,t})}{Y_{j,0}\ {}_0I^q_{j,t}}\ \frac{Y_{j,0}\ {}_0I^q_{j,t}}{Y_0\ {}_0I^q_t} = \frac{Y_t - Y_0\ {}_0I^q_t}{Y_0\ {}_0I^q_t}$$

Questa uguaglianza si verifica se la sintesi degli indici elementari di quantità `e di tipo LASPEYRES, cioè

$${}_0I^q_t = \frac{\sum {}_0I^q_{j,t}\ Y_{j,0}}{Y_0} = \frac{\sum p_{j,0}\, q_{j,t}}{\sum p_{j,0}\, q_{j,0}}$$

Considerando, invece, le formule [9] e [10], che esprimono il "contributo" del fattore j al TASSO D'INFLAZIONE COMPLESSIVO, i due procedimenti differiscono soltanto per il diverso sistema di ponderazione; per entrambi i metodi, infatti, le variazioni dei singoli fattori (tassi parziali di inflazione), sono desunte da numeri indici impliciti. Tali indici possono essere calcolati sia a base fissa che a base mobile. Nel <u>primo caso</u> (base fissa) quale peso si assume il valore di ciascun aggregato (nell'ambito delle RISORSE TOTALI) relativo all'anno base (ALLEN); oppure quello relativo all'anno di volta in volta considerato (t) ai prezzi dell'anno base (MARCZEWSKI). Quindi, col metodo di Allen, si ha

$$({}_0I^{p_i}_{j,t} - 1)\frac{Y_{j,0}}{Y_0} = \left(\frac{p_{j,t}\,q_{j,t}}{p_{j,0}\,q_{j,t}} - 1\right)\frac{p_{j,0}\,q_{j,0}}{\sum p_{j,0}\,q_{j,0}} \qquad [9]$$

[14]

Col metodo di Marczewski, si ha, invece,

$$({}_0I^{p_i}_{j,t} - 1)\frac{Y_{j,0}\;{}_0I^{q}_{j,t}}{Y_0\;{}_0I^{q}_{t}} = \left(\frac{p_{j,t}\,q_{j,t}}{p_{j,0}\,q_{j,t}} - 1\right)\frac{p_{j,0}\,q_{j,t}}{\sum p_{j,0}\,q_{j,t}} \qquad [10]$$

[14]

Nel <u>secondo caso</u> (base mobile), col procedimento di Allen, si assume come peso il valore "relativo" dell'aggregato nell'anno precedente (t-1) , cioè

$$\left(\frac{{}_0I^{p_i}_{j,t}}{{}_0I^{p_i}_{j,t-1}} - 1\right)\frac{Y_{j,t-1}}{Y_{t-1}} = \left(\frac{\dfrac{p_{j,t}\,q_{j,t}}{p_{j,0}\,q_{j,t}}}{\dfrac{p_{j,t-1}\,q_{j,t-1}}{p_{j,0}\,q_{j,t-1}}} - 1\right)\frac{p_{j,t-1}\,q_{j,t-1}}{\sum p_{j,t-1}\,q_{j,t-1}} \qquad [11]$$

[15]

---

14 Dove ${}_0I^{p_i}_{j,t}$ = indice implicito dei "prezzi" dell'aggregato j relativo all'anno t con base l'anno zero. E' facile dimostrare che

$$\sum\left(\frac{p_{j,t}\,q_{j,t}}{p_{j,0}\,q_{j,t}} - 1\right) * \frac{p_{j,0}\,q_{j,t}}{\sum p_{j,0}\,q_{j,t}} = \frac{\sum p_{j,t}\,q_{j,t}}{\sum p_{j,0}\,q_{j,t}} - 1$$

(Variazione prezzi impliciti AGGREGATO RISORSE TOTALI)

15 Per rendere le formule [11] e [12] più semplici si può scrivere:

In base al metodo di Marczewski, tenendo conto delle fonti statistiche disponibili, ${}_{t-1}I^q_t$ si ottiene indirettamente mediante il rapporto ${}_0I^q_t : {}_0I^q_{t-1}$

$$\left(\frac{{}_0I^{p_i}_{j,t}}{{}_0I^{p_i}_{j,t-1}} - 1\right)\frac{Y_{j,t-1}}{Y_{t-1}}\ \frac{\dfrac{{}_0I^q_{j,t}}{{}_0I^q_{j,t-1}}}{\dfrac{{}_0I^q_t}{{}_0I^q_{t-1}}} \qquad [12]$$

dove l'ultimo doppio rapporto è uguale a

$$\frac{\dfrac{p_{j,0}\,q_{j,t}}{p_{j,0}\,q_{j,t-1}}}{\dfrac{\sum p_{j,0}\,q_{j,t}}{\sum p_{j,0}\,q_{j,t-1}}} \cong 1 \qquad [13]$$

16

Poichè si usa quasi sempre la BASE MOBILE, è praticamente indifferente applicare l'uno o l'altro metodo per calcolare il contributo dei singoli fattori al TASSO D'INFLAZIONE COMPLESSIVO. Alcuni autori preferiscono il metodo di Allen perchè di più facile applicazione, anche se, in teoria, tra le due metodologie, quella proposta dal MARCZEWSKI appare più appropriata. Infatti, com' è no-to, per deflazionare gli aggregati dei conti economici nazionali in ITALIA e nella maggior parte dei paesi esteri si utilizzano indici dei prezzi di tipo PAASCHE (o indici di quantità di tipo LASPEYRES).
E' interessante, inoltre, far rilevare che, se in base al metodo di Marczewski, si ottiene, relativamente all'aggregato j, un valore maggiore di quello ottenuto in base al metodo di Allen, lo sviluppo, in termini reali, fra due anni successivi, di tale aggregato risulta maggiore di quello dell' aggregato RISORSE TOTALI. I due procedimenti darebbero identici risultati se l'incremento (di

---

$$\left({}_{t-1}I^{p_i}_{j,t} - 1\right)\frac{Y_{j,t-1}}{Y_{t-1}}\ \frac{{}_{t-1}I^q_{j,t}}{{}_{t-1}I^q_t}$$

16 Quando si usa la BASE FISSA si ha invece

$$\frac{MARCZ}{ALLEN} = \frac{p_{j,0}\,q_{j,t}}{p_{j,0}\,q_{j,0}} \Bigg/ \frac{\sum p_{j,0}\,q_{j,t}}{\sum p_{j,0}\,q_{j,0}}$$

volume) di tutti i singoli aggregati fosse pari a quello delle RISORSE TOTALI[17] . Perciò, la differenza fra i risultati ottenuti in base ai due metodi sarà tanto maggiore quanto più grande è la variabilità di detti incrementi. In altre parole, una quasi identità di risultati indica uno sviluppo pressappoco uniforme di tutti gli aggregati. Le due formule danno gli stessi risultati quando ciascun indice elementare di quantità (${}_{t-1}I_{j,t}$) è uguale a ${}_{t-1}I_t$ cioè alla media aritmetica ponderata di "tutti" gli indici elementari con pesi le quantità che figurano ai rispettivi denominatori ($p_{j,0}\, q_{j,t-1}$) (cfr. formula [13] e nota 15)

7 - Vediamo ora di chiarire il significato delle precedenti espressioni con un esempio. Per brevità, si considerano le RISORSE dal lato della loro formazione, cioè RIS=PIL+IMP. In base ai dati ed ai risultati riportati nella tab.1 (relativi ai CONTI ECONOMICI NAZIONALI) si può calcolare, per ciascuno dei 2 aggregati considerati, il contributo in punti percentuali al TASSO DI INFLAZIONE[18] applicando le formule [11] e [12] in forma semplificata.

$$\frac{\sum_j ({}_{83}I^{p_i}_{j,84} - 1)\, Y_{j,83}}{Y_{83}} = \left(\frac{7{,}0293}{6{,}3482} - 1\right)\frac{538998}{672655} + \left(\frac{8{,}2483}{7{,}4494} - 1\right)\frac{133657}{672655} =$$

$$= 0{,}08597 + 0{,}02131 = 0{,}10728 \qquad (10{,}73\%)$$

$$\frac{\sum_j ({}_{83}I^{p_i}_{j,84} - 1)\, Y_{j,83}\; {}_{83}I^{q}_{j,84}}{Y_{83}\; {}_{83}I^{q}_{84}} = 0{,}08597 \left(\frac{1{,}0256}{1{,}0379}\right) + 0{,}02131 \left(\frac{1{,}0960}{1{,}0379}\right) =$$

$$= 0{,}08496 + 0{,}02250 = 0{,}10746 \qquad (10{,}75\%)$$

Come si può facilmente constatare, la somma dei contributi in punti percentuali non coincide con il TASSO D'INFLAZIONE COMPLESSIVO (10,91%). Questo "errore residuo" è dovuto al fatto che alle

17

$$\text{Marczewski} = \frac{{}_{t-1}I^{q}_{j,t}}{{}_{t-1}I^{q}_{t}}\ \text{Allen}$$

18

$$\text{TASSO D'INFLAZIONE} = \left(\frac{\sum p_{j,84}\, q_{j,84}}{\sum p_{j,83}\, q_{j,83}} \Big/ \frac{\sum p_{j,70}\, q_{j,84}}{\sum p_{j,70}\, q_{j,83}}\right) - 1 = \frac{1{,}1511}{1{,}0379} - 1 = 0{,}1091$$

(10,91%)

grandezze racchiuse fra parentesi delle formule [11] e [12] si applicano pesi non appropriati[19] . La somma dei singoli "contributi" risulterebbe perfettamente uguale al TASSO D'INFLAZIONE COMPLESSIVO se si adottasse la "scomposizione dell'inflazione aggregata" proposta dal PREDETTI[19] . In base a tale metodo il contributo in punti percentuali dell'aggregato j al TASSO D'INFLAZIONE COMPLESSIVO può essere scritto:

$$\frac{\left(\frac{p_{j,t}\, q_{j,t}}{p_{j,t-1}\, q_{j,t-1}} - 1\right)\left(\frac{p_{j,t-1}\, q_{j,t-1}}{\sum p_{j,t-1}\, q_{j,t-1}}\right) - \left(\frac{p_{j,0}\, q_{j,t}}{p_{j,0}\, q_{j,t-1}} - 1\right)\left(\frac{p_{j,0}\, q_{j,t-1}}{\sum p_{j,0}\, q_{j,t-1}}\right)}{\frac{\sum p_{j,0}\, q_{j,t}}{\sum p_{j,0}\, q_{j,t-1}}} \qquad [14]^{20}$$

E' facile dimostrare che la somma di "tutti" i contributi risulta uguale al TASSO D'INFLAZIONE COMPLESSIVO

$$\left(\frac{\sum p_{j,t}\, q_{j,t}}{\sum p_{j,t-1}\, q_{j,t-1}} \Big/ \frac{\sum p_{j,0}\, q_{j,t}}{\sum p_{j,0}\, q_{j,t-1}}\right) - 1 \qquad [15]$$

Applicando la [14] ai dati ed ai risultati riportati nella Tab.1, si ottiene

$$\text{(PIL)} \quad \frac{(1{,}1356 - 1)(0{,}8013) - (1{,}0256 - 1)(0{,}8255)}{1{,}0379} = 0{,}0844$$

---

19 Al. Predetti, *Scomposizione dell'inflazione aggregata*. in "Rivista milanese di economia", n.15, 1985.

20 Per semplicità, si può scrivere:

$$\frac{\left(\frac{a}{b} - 1\right)\frac{b}{c} - \left(\frac{d}{e} - 1\right)\frac{e}{f}}{\frac{g}{f}}$$

$$(\mathrm{IMP}) \quad \frac{(1{,}2136-1)(0{,}1987)-(1{,}0960-1)(0{,}1745)}{1{,}0379}=0{,}0247$$

Da cui è facile verificare che 0,0844 + 0,0247 = 0,1091 (10,91%).

8 - Tenendo presente che la formula del TASSO D'INFLAZIONE COMPLESSIVO [15], tra il tempo **t-1** e quello **t**, si può scrivere anche nel modo seguente:

$$A_{t/t-1}=\frac{\dfrac{\sum p_{j,t}\,q_{j,t}}{\sum p_{j,0}\,q_{j,t}}}{\dfrac{\sum p_{j,t-1}\,q_{j,t-1}}{\sum p_{j,0}\,q_{j,t-1}}}-1 \qquad [16]$$

è possibile scomporre il TASSO D"INFLAZIONE COMPLESSIVO in parti attribuibili additivamente ai singoli aggregati utilizzando i valori a prezzi correnti ed a prezzi costanti, ai tempi **t-1** e **t**, dell'aggregato **j** e di quello delle RISORSE TOTALI, ed i conseguenti numeri indici a base fissa (ad es., anno zero=1970) dei prezzi impliciti

AGGREGATO **J**

$$\frac{p_{j,t-1}\,q_{j,t-1}}{p_{j,0}\,q_{j,t-1}}=1+a_{j,t-1}$$

$$\frac{p_{j,t}\,q_{j,t}}{p_{j,0}\,q_{j,t}}=1+a_{j,t}$$

AGGREGATO RISORSE TOTALI

$$\frac{\sum_j p_{j,t-1}\,q_{j,t-1}}{\sum_j p_{j,0}\,q_{j,t-1}}=1+A_{t-1}$$

$$\frac{\sum_j p_{j,t}\,q_{j,t}}{\sum_j p_{j,0}\,q_{j,t}}=1+A_t$$

dove $a_{j,t-1}$ e A_{t-1} indicano, rispettivamente, i tassi d'inflazione tra il tempo **0** e quello **t-1** dell'aggregato **j** e dell'aggregato RISORSE TOTALI.

Il tasso d'inflazione, tra il tempo **t-1** e quello **t**, dell'aggregato RISORSE TOTALI, si può scrivere :

$$A_{t/t-1} = \frac{\dfrac{\sum_j \dfrac{p_{j,t}\, q_{j,t}}{p_{j,0}\, q_{j,t}}\, p_{j,0}\, q_{j,t}}{\sum_j p_{j,0}\, q_{j,t}} - \dfrac{\sum_j \dfrac{p_{j,t-1}\, q_{j,t-1}}{p_{j,0}\, q_{j,t-1}}\, p_{j,0}\, q_{j,t-1}}{\sum_j p_{j,0}\, q_{j,t-1}}}{\dfrac{\sum_j p_{j,t-1}\, q_{j,t-1}}{\sum_j p_{j,0}\, q_{j,t-1}}} =$$

$$= \frac{\dfrac{\sum_j (1+a_{j,t})\, p_{j,0}\, q_{j,t}}{\sum_j p_{j,0}\, q_{j,t}} - \dfrac{\sum_j (1+a_{j,t-1})\, p_{j,0}\, q_{j,t-1}}{\sum p_{j,0}\, q_{j,t-1}}}{\dfrac{\sum p_{j,t-1}\, q_{j,t-1}}{\sum p_{j,0}\, q_{j,t-1}}} =$$

$$= \frac{1 + \dfrac{\sum a_{j,t}\, p_{j,0}\, q_{j,t}}{\sum p_{j,0}\, q_{j,t}} - 1 - \dfrac{\sum a_{j,t-1}\, p_{j,0}\, q_{j,t-1}}{\sum p_{j,0}\, q_{j,t-1}}}{\dfrac{\sum p_{j,t-1}\, q_{j,t-1}}{\sum p_{j,0}\, q_{j,t-1}}} =$$

$$= \frac{\sum_j \left(a_{j,t} \dfrac{p_{j,0}\, q_{j,t}}{\Sigma\, p_{j,0}\, q_{j,t}} - a_{j,t-1} \dfrac{p_{j,0}\, q_{j,t-1}}{\Sigma p_{j,0}\, q_{j,t-1}} \right)}{\dfrac{\sum_j p_{j,t-1}\, q_{j,t-1}}{\sum_j p_{j,0}\, q_{j,t-1}}}$$

dove l'espressione racchiusa fra parentesi ragguagliata a $\Sigma\ p_{j,t-1}\ q_{j,t-1} / \Sigma\ p_{j,0}\ q_{j,t-1}$, rappresenta il contributo in punti percentuali dell'aggregato **j** al TASSO D'INFLAZIONE COMPLESSIVO tra il tempo **t-1** e quello **t** e può essere scritto :

$$\frac{\left(\frac{p_{j,t}\,q_{j,t}}{p_{j,0}\,q_{j,t}} - 1\right)\frac{p_{j,0}\,q_{j,t}}{\sum p_{j,0}\,q_{j,t}} - \left(\frac{p_{j,t-1}\,q_{j,t-1}}{p_{j,0}\,q_{j,t-1}} - 1\right)\frac{p_{j,0}\,q_{j,t-1}}{\sum p_{j,0}\,q_{j,t-1}}}{\frac{\sum p_{j,t-1}\,q_{j,t-1}}{\sum p_{j,0}\,q_{j,t-1}}} \qquad [17]$$

[21]

In base ai dati ed ai risultati riportati nella Tab.1 i contributi in punti percentuali ottenuti applicando la [17] risultano diversi da quelli ottenuti con la [14] e precisamente:

$$(\text{PIL}) \quad \frac{(7{,}0293 - 1)(0{,}8158) - (6{,}3482 - 1)(0{,}8255)}{6{,}5403} = 0{,}0770$$

$$(\text{IMP}) \quad \frac{(8{,}2483 - 1)(0{,}1842) - (7{,}4494 - 1)(0{,}1745)}{6{,}5403} = 0{,}0321$$

da cui è facile verificare che : 0,0770 + 0,0321 = 0,1091 (10,91%). Confrontando l'espressione [17] con quella proposta dal PREDETTI [14], si può dimostrare che quando a>b; a>d; d>e; b>e; c>f; g>f (come si verifica in base ai dati della Tab.1) la [17] risulta superiore alla [14] se

$$\frac{\frac{d}{e} - 1}{\frac{g}{f} - 1} > \frac{\frac{b}{e} - 1}{\frac{c}{f} - 1} \quad \text{cioè se} \quad \frac{\frac{p_{j,0}q_{j,t}}{p_{j,0}\,q_{j,t-1}} - 1}{\frac{\sum p_{j,0}\,q_{j,t}}{\sum p_{j,0}\,q_{j,t-1}} - 1} > \frac{\frac{p_{j,t-1}\,q_{j,t-1}}{p_{j,0}\,q_{j,t-1}} - 1}{\frac{\sum p_{j,t-1}\,q_{j,t-1}}{\sum p_{j,0}\,q_{j,t-1}} - 1}$$

21 Per semplicità, si può scrivere :

$$\frac{\left(\frac{a}{d} - 1\right)\frac{d}{g} - \left(\frac{b}{e} - 1\right)\frac{e}{f}}{\frac{c}{f}}$$

9 - Talvolta la valutazione a prezzi costanti viene fornita soltanto per il complesso ($\Sigma_j \, p_{j,0} \, q_{j,t-1}$; $\Sigma_j \, p_{j,0} \, q_{j,t}$), ma non per i singoli aggregati. Ciò accade, ad es., in sede di distribuzione del PIL fra:

a) redditi da lavoro dipendente;

b) redditi da lavoro indipendente;

c) redditi da capitale-impresa, comprensivi degli ammortamenti;

dove per gli aggregati a), b) e c) non si conosce il valore a prezzi costanti ($p_{j,0} \, q_{j,t-1}$; $p_{j,0} \, q_{j,t}$). Quindi non si possono utilizzare i metodi di scomposizione analizzati precedentemente. Per ovviare a ciò, il Predetti ha proposto un nuovo metodo[22], in base al quale il contributo in punti percentuali al TASSO D'INFLAZIONE COMPLESSIVO può essere scritto:

$$\left(\frac{\dfrac{p_{j,t} \, q_{j,t}}{\sum\limits_j p_{j,0} \, q_{j,t}}}{\dfrac{p_{j,t-1} \, q_{j,t-1}}{\sum\limits_j p_{j,0} \, q_{j,t-1}}} - 1 \right) \frac{p_{j,t-1} \, q_{j,t-1}}{\sum\limits_j p_{j,t-1} \, q_{j,t-1}} \qquad [18]$$

[23]

Ovviamente la somma dei singoli contributi risulta uguale al TASSO D'INFLAZIONE COMPLESSIVO [16]. Sviluppando e semplificando la [18], si ottiene:

$$\frac{\dfrac{p_{j,t} \, q_{j,t}}{\sum\limits_j p_{j,0} \, q_{j,t}} - \dfrac{p_{j,t-1} \, q_{j,t-1}}{\sum\limits_j p_{j,0} \, q_{j,t-1}}}{\dfrac{\sum\limits_j p_{j,t-1} \, q_{j,t-1}}{\sum\limits_j p_{j,0} \, q_{j,t-1}}} \qquad [19]$$

22 Al.Predetti, *Contributi inflazionistici nella distribuzione del prodotto interno lordo* - in Rivista Milanese di Economia, n.24, 1987.

23 Confrontando la [18] con la [11] proposta da ALLEN, si nota una certa rasso-miglianza, e precisamente la [18] ci dà risultati superiori a quelli della [11] se

$$\frac{\sum p_{j,0} \, q_{j,t}}{\sum p_{j,0} \, q_{j,t-1}} < \frac{p_{j,0} \, q_{j,t}}{p_{j,0} \, q_{j,t-1}}$$

La formula [19] si può ottenere anche dalla [17] sostituendo al posto di $p_{j,0}\, q_{j,t}$ e $p_{j,0}\, q_{j,t-1}$, rispettivamente, $\Sigma\, p_{j,0}\, q_{j,t}$ e $\Sigma\, p_{j,0}\, q_{j,t-1}$. Quindi in base alla 17] possiamo misurare il contributo in punti percentuali dell'aggregato **j** al TASSO D'INFLAZIONE COMPLESSIVO in tutte le circostanze, sia che si conoscano i valori a prezzi costanti dei singoli aggregati sia che tali valori non ci vengano forniti, ponendo in quest'ultimo caso :

$$p_{j,0}\, q_{j,t} = \Sigma\, p_{j,0}\, q_{j,t}\ ;$$
$$p_{j,0}\, q_{j,t-1} = \Sigma\, p_{j,0}\, q_{j,t-1}.$$

Applicando la [19] ai dati ed ai risultati della Tab.1, supponendo che i valori a prezzi costanti degli aggregati PIL e IMP non siano noti, si ottiene rispettivamente:

$$\frac{\dfrac{612112}{106745} - \dfrac{538998}{102847}}{6{,}5403} = 0{,}0755$$

$$\frac{\dfrac{162203}{106745} - \dfrac{133657}{102847}}{6{,}5403} = 0{,}0336$$

risultati che si discostano di poco da quelli ricavati in base alla [17]. La formula [19] si può ricavare, altresì, dalla [16], ponderando i coefficienti di variazione che compaiono al numeratore, rispettivamente, con le incidenze dell'aggregato j ai tempi **t** e **t-1**, cioè

$$\frac{\dfrac{\sum p_{j,t}\, q_{j,t}}{\sum p_{j,0}\, q_{j,t}} \cdot \dfrac{p_{j,t}\, q_{j,t}}{\sum p_{j,t}\, q_{j,t}} - \dfrac{\sum p_{j,t-1}\, q_{j,t-1}}{\sum p_{j,0}\, q_{j,t-1}} \cdot \dfrac{p_{j,t-1}\, q_{j,t-1}}{\sum p_{j,t-1}\, q_{j,t-1}}}{\dfrac{\sum p_{j,t-1}\, q_{j,t-1}}{\sum p_{j,0}\, q_{j,t-1}}}$$

10 - Concludendo si può affermare che, mentre con i metodi di ALLEN e MARCZEWSKI la somma dei "contributi" in punti percentuali alla formazione del TASSO D'INFLAZIONE COMPLESSIVO non risulta uguale a quest'ultimo, tale uguaglianza si verifica con il metodo del PREDETTI e con quello proposto.
Secondo il PREDETTI il contributo in punti percentuali dell'aggregato j al tasso d'inflazione complessivo, tra l'anno **t-1** e quello **t**, corrisponde [14] all'incidenza rispetto alla variazione (tra i due anni successivi suindicati) dell'aggregato RISORSE TOTALI (= alla somma di tutti gli aggregati considerati) a prezzi costanti, della differenza tra la variazione nominale ponderata dell'aggregato **j** e la variazione reale ponderata dello stesso (tutte le variazioni sono "relative"). Nel metodo proposto, tale contributo è dato, invece, [17] dalla differenza tra il tasso di variazione ponderato dei prezzi dell'aggregato **j**, tra l'anno base e quello **t**, e l'analogo tasso tra l'anno base e quello **t-1**, il tutto ragguagliato alla variazione dei prezzi (tra l'anno base e quello **t-1**) dell'aggregato RISORSE TOTALI. Non conoscendo i valori a prezzi costanti dei singoli aggregati è possibile ricavare immediatamente dalla [16] o dalla [17], come abbiamo precedentemente visto, la formula [19] per scomporre l'inflazione aggregata, mentre ciò non risulta realizzabile mediante la [14].In altre parole, vi é un nesso logico fra la [19] e la [17] ; la prima si può considerare, in un certo qual senso, un'approssimazione della seconda. In questa visione più organica della materia trattata, si estrinseca il vantaggio del metodo proposto rispetto a quello del Predetti.

Tab.1 - ITALIA : risorse dal lato dell'offerta (in miliardi di lire).

AGGREGATI (j)	1983				1984			NUMERI INDICI			
	a prezzi correnti		a prezzi 1970		a prezzi correnti	a prezzi 1970					
	v.a. $p_{j,83}\ q_{j,83}$	%	v.a. $p_{j,70}\ q_{j,83}$	%	v.a. $p_{j,84}\ q_{j,84}$	v.a. $p_{j,70}\ q_{j,84}$	%	$\frac{p_{j,84}q_{j,84}}{p_{j,83}q_{j,83}}$	$\frac{p_{j,70}q_{j,84}}{p_{j,70}q_{j,83}}$	$\frac{p_{j,84}q_{j,84}}{p_{j,70}q_{j,84}}$	$\frac{p_{j,83}q_{j,83}}{p_{j,70}q_{j,83}}$
PIL	538998	80.13	84905	82.55	612112	87080	81.58	1.1356	1.0256	7.0293	6.3482
IMP	133657	19.87	17942	17.45	162203	19665	18.42	1.2136	1.0960	8.2483	7.4494
RIS	672655	100.00	102847	100.00	774315	106745	100.00	1.1511	1.0379	7.2539	6.5403