Report n.81

I numeri indici del potere d'acquisto della moneta

Giovanni BOLETTO

Pisa, maggio 1994
Questa ricerca è stata finanziata dal Ministero dell'Università e della Ricerca Scientifica e Tecnologica (fondi 60%)

1 - In questa breve nota vogliamo mettere in evidenza l'importanza dei numeri indici temporali dei prezzi "utilizzati", tenendo conto della relazione di *reciprocità*, come n.i. del potere d'acquisto della moneta o coefficienti per **trasformare** (*cambiare*) un valore espresso in moneta di un *tempo* "passato" in un valore espresso in moneta del *tempo* "presente", e viceversa. Tali n.i. esprimono anche la parità dei poteri d'acquisto (PPA) del tempo *corrente* rispetto al tempo *base* (**parità economica temporale**). In pratica: quantità di moneta del tempo *corrente* che occorre per comprare ciò che si acquista con una unità di moneta del tempo *base*. Nel contesto spaziale (o territoriale internazionale), invece, il coefficiente per **trasformare** (*cambiare*) un valore espresso in moneta di un certo Paese in un valore espresso in moneta di un altro Paese, non si può considerare come un vero e proprio n.i. del potere d'acquisto della moneta, ma soltanto come una parità dei poteri d'acquisto (PPA) di un Paese rispetto ad un altro Paese.

2 - Indicando con $q_{j,0}$ la quantità di merce j che può essere ottenuta, al tempo 0, in cambio di una certa somma di danaro $s_{j,0}$, il rapporto $s_{j,0} / q_{j,0} = p_{j,0}$ dicesi prezzo unitario, al tempo zero, di quel bene (j), in termini di moneta; in altre parole è il numero di unità di moneta che bisogna dare in cambio per ottenere un'unità della merce considerata (per es.,£.200 per 1 Kg di pane)(Cfr.Tab.1 riportata in appendice).
Il reciproco del prezzo unitario $1/ p_{j,0}= q_{j,0} / s_{j,0}$ dicesi potere d'acquisto della moneta al tempo 0 , rispetto al bene (j) considerato,cioè la quantità di merce che può essere ottenuta in cambio di una unità di moneta (per es.,Kg.0,005(=1/200)di pane per 1 £). Ad un prezzo elevato corrisponde, quindi,un basso potere d'acquisto della moneta, e viceversa. A questo punto, possiamo indicare con $p_{j,1} / p_{j,0} = {}_0I^p_{j,1}$ il numero indice elementare del prezzo della merce j al tempo 1 con base al tempo 0 (n.i. del prezzo della merce j espresso in moneta), e con il reciproco

$$ {}_0I^{p.A}_{j,1} = \frac{1}{{}_0I^{p}_{j,1}} = \frac{p_{j,0}}{p_{j,1}} = \frac{\frac{1}{p_{j,1}}}{\frac{1}{p_{j,0}}} = \frac{\frac{q_{j,1}}{s_{j,1}}}{\frac{q_{j,0}}{s_{j,0}}} $$

il corrispondente numero indice del potere d'acquisto della moneta rispetto alla merce j (n.i. del prezzo della moneta espresso nella merce j).Tale numero indice si può ottenere anche dividendo il potere d'acquisto della moneta al tempo 1, rispetto al bene considerato,per l'analogo potere d'acquisto al tempo 0. Supponiamo che in Italia, nel 1970 e nel 1971, la spesa complessiva destinata all'acquisto del pane (j) sia stata, rispettivamente, di £. 1000 milioni e di £.1250 milioni per comprare la stessa quantità di pane pari a 5 milioni di Kg.,quindi, nei due anni su indicati , il prezzo del pane è risultato, rispettivamente, di £.200 e di £.250 al Kg,con un aumento pari al 25%(Col.5 della Tab.1).Viceversa, con £ 1 potevo acquistare, nel 1970, 5 grammi (cioè 1/200 Kg) di pane e nel 1971, 4 grammi (cioè 1/250 Kg) di pane(Col.6,Tab.1), con una diminuzione del potere d'acquisto della lira, rispetto al pane, del 20%.In altre parole,essendo il prezzo del pane aumentato, dal 1970 al 1971, del 25% (Tab.1,col.7),possiamo pure affermare che il potere d'acquisto della lira, rispetto al pane, era, nel 1970, maggiore del 25% rispetto a quello del 1971, infatti, nel 1970 con £.250 potevo acquistare non 1 Kg. di pane ma 1,250 Kg.Pertanto, si possono dare al seguente rapporto:

$$\frac{p_{j,1}}{p_{j,0}} = {}_0I_j^p = {}_1I_{j,0}^{p,a} = 1{,}25$$

due significati:

a) numero indice del prezzo della merce j al tempo 1 con base il tempo 0 ;

b) numero indice del potere d'acquisto della lira, rispetto alla merce j, relativo al tempo 0 con base il tempo 1.

Abbiamo precedentemente visto che il potere d'acquisto della lira, rispetto al pane, è diminuito , dal 1970 al 1971, del 20% (Tab.1, col.8): a riprova di ciò, nel 1971 con £.200 potevo acquistare non 1 Kg. ma 800 gr. di pane. Possiamo pure affermare che il prezzo del pane nel 1970 è inferiore del 20% rispetto a quello del 1971, cioè

$$\frac{p_{j,0}}{p_{j,1}} = {}_1I_{j,0}^p = {}_0I_{j,1}^{p,a} = 0{,}8$$

Come è noto, per misurare la variazione del potere d'acquisto della moneta (rispetto ad un dato bene), è necessario fare il seguente ragionamento: se il prezzo di un bene aumenta (diminuisce) di r (variazione unitaria) passando da 1 a $1 + r$ $(1 - r)$, il potere d'acquisto della moneta,rispetto a quel bene, diminuisce (aumenta) da $1/1$ a $1/(1 + r)$ $(1/(1 - r))$ (per ottenere le variazioni in termini *percentuali* basta moltiplicare per *100* le su indicate espressioni). Oppure, dopo avere identificato il prezzo unitario (ad es., £. al Kg.) della merce considerata (in due tempi successivi o meno) con la somma di moneta a disposizione (ad.es., £.200 nel *1970* e £.250 nel *1971*), per determinare tale variazione, è sufficiente calcolare la quantità di merce che si può acquistare , in **meno** (ad es., 0,200 Kg.) o in **più** (per es., 0,250 Kg.), con la stessa somma, nel tempo di *riferimento* (ad es.,nel primo caso,nel *1971* , con £.200 potevo acquistare soltanto 0,800 Kg. (= -20%) di pane; nel secondo caso, nel *1970*, con £.250, 1,250 Kg.(= + 25%)).

Considerando tutti e due i su indicati rapporti ($p_{j,0}/p_{j,1}$ e $p_{j,1}/p_{j,0}$) come numeri indici del potere d'acquisto della lira, si può scrivere:

$$\frac{p_{j,0}}{p_{j,1}} \cdot \frac{p_{j,1}}{p_{j,0}} = 1 \quad ; \quad p_{j,0}\frac{p_{j,1}}{p_{j,0}} = p_{j,1} \quad ; \quad p_{j,1}\frac{p_{j,0}}{p_{j,1}} = p_{j,0}$$

In base alle due ultime uguaglianze , possiamo utilizzare l'indice del potere d'acquisto della lira rispetto al pane, relativo all'anno 0 (1) con base l'anno 1 (0), per **trasformare** il prezzo del pane espresso in lire dell'anno 0 (1), nel prezzo del pane espresso in lire dell'anno 1 (0). Dal punto di vista economico, infatti, le lire di un certo anno (ad es.,del 1970) costituiscono delle unità monetarie differenti dalle lire di un altro anno (ad es., del 1971), anche se, formalmente, mantengono la stessa denominazione legale.

Se disponiamo della serie dei prezzi del bene j dal tempo *0* al tempo *n* possiamo, ovviamente, calcolare *n* serie di n. indici (a base fissa) del p.d'a. della moneta, rispetto al bene j. Qui considereremo quella con base il tempo iniziale ($p_{j,0}/p_{j,0}$; $p_{j,0}/p_{j,1}$; $p_{j,0}/p_{j,2}$;......;$p_{j,0}/p_{j,n}$) e quella con base il tempo finale ($p_{j,n}/p_{j,0}$; $p_{j,n}/p_{j,1}$; $p_{j,n}/p_{j,2}$;.......;.$p_{j,n}/p_{j,n}$) Data, ad es., la serie dei prezzi unitari del pane (£. al Kg.) per il periodo 1970-73 (£.200; 250; 300 e 400), la serie dei numeri indici del prezzo del pane (con base:1970=1) risulterà uguale ad 1(=200/200) ; 1,25(=250/200) ; 1,5(=300/200) ; e 2 (=400/200); la serie dei corrispondenti n. i. del potere d'acquisto della lira sarà data da 1(=200/200) ; 0,80 (=200/250) ; 0,67 (=200/300) ; 0,50 (=200/400) (cioè con £.200 potevo acquistare nel 1971 non 1 Kg. di pane ma 800 gr.; nel 1972 : 670 gr.; nel 1973 soltanto mezzo Kg. di pane) .Tale serie ci permette di **trasformare** il prezzo del pane espresso in £.degli anni 1971,1972 e 1973 in quello espresso in £.1970. La serie dei n. i. del p.d'a. con base :1973=1,che risulterà uguale a 2(=400/200) ; 1,6(=400/250) ;

1,33(=400/300) ed 1(=400/400), può essere utilizzata,invece, per **trasformare** le lire (per acquistare il pane) degli anni 1970,1971 e 1972 in lire del 1973.
Cioè, con riferimento al prezzo del pane, £.100 del 1970 equivalgono a £.200 del 1973 ; £.100 del 1971 a £.160 del 1973,ed infine,£.100 del 1972 a £.133 del 1973. Infatti, con £.400 potevo acquistare nel 1970 , 2 Kg. di pane; nel 1971, 1,6 Kg.; nel 1972, 1,33 Kg.
La serie degli indici del potere d'acquisto della moneta avente come base (=1) il cosiddetto anno *finale* (1973, nell'esempio sopra riportato) presenta la caratteristica (se i prezzi tendono ad aumentare, come generalmente si verifica) di non avere un *limite* superiore,come la serie degli indici elementari dei prezzi avente come base (=1) l'anno *iniziale* (ad es.,1970).La serie degli indici del potere d'acquisto della moneta avente come base (=1) l'anno *iniziale* ,risulterà, invece,compresa fra 0 ed 1, come la serie degli indici dei prezzi aventi come base l'anno *finale*.
Il numero indice elementare del prezzo della merce j relativo al tempo 1, con base il tempo 0, che coincide con il numero indice del potere d'acquisto della moneta rispetto alla stessa merce, relativo al tempo 0 con base il tempo 1, ne rappresenta anche la *parità* economica elementare *temporale* o di *potere d'acquisto* , perchè permette di stabilire rispetto a quante unità monetarie del tempo 1(*corrente*) l'unità monetaria del tempo 0 (*base*) risulta di pari potere d'acquisto.
Infatti se, ad es., il prezzo di 1 Kg. di pane nel 1970 e nel 1971 è, rispettivamente, £.200 e di £. 250, il rapporto 250/200 =*1,25* esprime il numero di unità monetarie del 1971 equivalenti ad una unità monetaria del 1970,cioè la *parità* economica elementare *temporale* o di *potere d'acquisto* con riferimento al bene j .In altre parole, £.200 *del* 1970 e £ 250 *del* 1971 ci permettono di acquistare la stessa quantità di pane, hanno cioè lo stesso potere d'acquisto;volendo esprimere il prezzo del pane in £.1971,è necessario, affinché tale uguaglianza sussista,moltiplicare il prezzo del pane del 1970 per *1,25* .

3 - Il rapporto $p_{j,s} / p_{j,r}$ si può considerare; con riferimento al prezzo del bene j,anche come un indice di **cambio monetario** (o *coefficiente di trasformazione*) fra due tempi (o tasso di cambio temporale della moneta) perchè ci indica qual è il *cambio* da adottare per potere esprimere le unità monetarie del tempo base (r) nelle unità monetarie del tempo corrente (s) , cioé quante unità monetarie occorrono nel tempo corrente (s) per acquistare un'unità monetaria del tempo base (r).

Secondo BARBERI, un individuo del tempo s , che idealmente tornasse indietro nel tempo all'anno r con lire del suo tempo cioè lire $£_s$, dovrebbe *cambiare* queste in lire del tempo r cioè in $£_r$ ed il *cambio* sarebbe appunto ${}_rC_s = p_{j,s} / p_{j,r}$ se i prezzi dei beni e servizi compresi nel paniere fossero aumentati , in media , nella stessa misura del prezzo del bene j .Riallacciandoci all'esempio riportato alla fine del § 2 , 1 £ del 1970 va *cambiata* con £.1,25 del 1971.
Se indichiamo con s ed r due diverse regioni dello stesso Paese (ad es.,Lombardia e Basilicata), il rapporto $p_{j,s} / p_{j,r}$ non è altro che un indice elementare *territoriale* (nazionale) del prezzo della merce j, oppure un indice elementare *territoriale* (nazionale) del potere d'acquisto della moneta rispetto alla merce j, a seconda che si assuma come base il prezzo posto al denominatore oppure quello posto al numeratore.

$$\text{Ad es., se } p_{j,s} / p_{j,r} = 2160/1800 = 1{,}2,$$

le 2160 £. spese in Lombardia e le 1800 £. spese in Basilicata, permettendoci di comprare la stessa quantità di pane, hanno lo stesso potere d'acquisto. Quindi, 1,2 esprime rispetto al bene considerato (pane) il numero di unità monetarie (lire) che "spese" nella Regione s (Lombardia) risultano equivalenti ad una unità monetaria spesa nella Regione r (Basilicata) (indice di *cambio* monetario fra due regioni appartenenti allo stesso Paese). In altre parole, nella regione s per acquistare 1 Kg. di pane occorre il 20% in più di quello che occorre nella regione r .
1,2 significa, inoltre, che il potere d'acquisto della lira rispetto al pane di un abitante della Basilicata è superiore del 20% rispetto a quello di un lombardo.

4 - Se s ed r indicano due diversi Paesi, il rapporto $p_{j,s} / p_{j,r}$ esprime la parità economica elementare *spaziale* (o territoriale internazionale) o parità elementare *spaziale* di potere d'acquisto con riferimento al bene j, cioè il numero di unità monetarie di s equivalenti ad una unità monetaria di r , oppure il coefficiente per trasformare la moneta del Paese r in moneta del Paese s , prendendo come riferimento il prezzo del pane.
Se, ad esempio, il prezzo di 1 Kg di pane è , nel 1993, di £. 1950 in Italia e di 7,50 franchi in Francia, il rapporto:

$$\frac{p_{j,s}}{p_{j,r}} = \frac{1950}{7{,}50} = 260$$

rappresenta la parità economica elementare *spaziale* del pane ed esprime che,con riferimento a tale bene ,un franco francese è equivalente a £.260.Tale rapporto non si può considerare un vero e proprio n. indice elementare del prezzo della merce j , perchè varia l'unità di misura dei fenomeni considerati posti a confronto. Ciò non accade nei confronti *temporali*. Ad es.,260 può esprimere soltanto il "prezzo unitario" del franco fr.Infatti,considerando , ad es., la moneta francese come una merce qualsiasi, 260 è il numero di unità di moneta (cioè di £.) che bisogna dare in cambio per ottenere un'unità della merce considerata(cioè 1 fr.fr.). Allo stesso modo il rapporto:

$$\frac{p_{j,r}}{p_{j,s}} = \frac{7{,}50}{1950} = 0{,}003846$$

esprime che una lira con riferimento al pane è equivalente a 0,003846 franchi francesi. Essendo 260(0,003846) =1, per esprimere la parità lira - franco francese rispetto , ad es., al pane, è indifferente prendere l'una parità o l'altra.Tale rapporto si può considerare il potere d'acquisto della moneta(nel nostro caso, della lira) rispetto al bene considerato(fr.fr.), cioè la quantità di "merce" (fr.fr.) che si può ottenere in cambio di un' unità di moneta (cioè di 1 £.).

Poiché:

$$\frac{p_{j,s}}{p_{j,r}} \bullet \frac{p_{j,r}}{p_{j,s}} = 1$$

$$p_{j,s} \bullet \frac{p_{j,r}}{p_{j,s}} = p_{j,r}$$

$$p_{j,r} \bullet \frac{p_{j,s}}{p_{j,r}} = p_{j,s}$$

$$\frac{p_{j,r}}{p_{j,s}} \; e \; \frac{p_{j,s}}{p_{j,r}}$$

esprimono, rispettivamente, il coefficiente per trasformare, con riferimento al bene j, la moneta del Paese *s (r)* in moneta del Paese *r (s)*.

5 - Come è noto, i numeri indici elementari del prezzo della merce j e del potere d'acquisto della moneta,rispetto alla stessa merce, sono reciproci fra loro.
Affinché anche a livello di n. indici sintetici si verifichi questa relazione di reciprocità, è necessario calcolare la *media aritmetica* ponderata dei n. indici elementari dei prezzi delle merci $I, II, \ldots, j, \ldots, m$ e la *media armonica* ponderata dei n. indici elementari del potere d'acquisto della moneta rispetto alle m merci considerate. Assumendo come pesi $p_{j,0}\, q_{j,0}$ e $p_{j,0}\, q_{j,1}$ si ottengono le corrispondenti formule di tipo LASPEYRES e di tipo PAASCHE. In base al primo tipo di ponderazione,il n. indice sintetico dei prezzi, relativo al tempo 1 con base il tempo 0, risulta uguale a :

$$
{}_0\bar{I}_{p,1} = \frac{\sum_{I}^{m}{}_j \frac{p_{j,1}}{p_{j,0}} p_{j,0} q_{j,0}}{\sum_{I}^{m}{}_j p_{j,0} q_{j,0}} = \frac{\sum_{I}^{m}{}_j p_{j,1} q_{j,0}}{\sum_{I}^{m}{}_j p_{j,0} q_{j,0}}
$$

Mentre il n. indice sintetico del potere d'acquisto della moneta,relativo al tempo 1 con base il tempo 0, è dato dalla seguente formula(d' ora innanzi, per comodità di scrittura, si omette l'indicazione sia dei limiti della sommatoria che quella dell'indice j accanto al segno di sommatoria):

$$
{}_0\bar{I}_{p.a,1} = \frac{\sum p_{j,0} q_{j,0}}{\sum \frac{1}{\frac{p_{j,0}}{p_{j,1}}} p_{j,0} q_{j,0}} = \frac{\sum p_{j,0} q_{j,0}}{\sum p_{j,1} q_{j,0}}
$$

che corrisponde al reciproco dell'indice sintetico dei prezzi.
Se tale rapporto risulta,ad es., uguale a 0,80,significa che nel tempo 1, con la stessa somma del tempo base ($=0$),si può acquistare una quantità di beni e servizi inferiore del 20% rispetto a quella acquistabile nel tempo base. Moltiplicando l'indice sintetico dei prezzi,relativo al tempo 1 con base il tempo 0 , per il corrispondente indice del potere d'acquisto della moneta,si ottiene:

$$\frac{\sum p_{j,1} q_{j,0}}{\sum p_{j,0} q_{j,0}} \bullet \frac{\sum p_{j,0} q_{j,0}}{\sum p_{j,1} q_{j,0}} = 1$$

In base a questa uguaglianza si può utilizzare il n. indice sintetico del potere d'acquisto della moneta (al tempo *1* con base il tempo *0*)per *trasformare* un valore espresso in moneta del tempo *1* ,in un valore espresso in moneta del tempo *0* , cioè:

$$\sum p_{j,1} q_{j,0} \frac{\sum p_{j,0} q_{j,0}}{\sum p_{j,1} q_{j,0}} = \sum p_{j,0} q_{j,0}$$

Considerando i reciproci di ambo i membri,procedendo cioè allo *slittamento* della base (da *0* ad *1*) del numero indice sintetico del p. d'a. della moneta,dopo facili passaggi , si ottiene la seguente uguaglianza:

$$\sum p_{j,0} q_{j,0} \frac{\sum p_{j,1} q_{j,0}}{\sum p_{j,0} q_{j,0}} = \sum p_{j,1} q_{j,0}$$

(1)

dove l'indice sintetico del potere d'acquisto della moneta relativo al tempo 0 con base il tempo 1, permettendoci di " trasformare" (*cambiare*) un valore espresso in moneta del tempo 0 (cioè di un tempo *passato*) in un valore espresso in moneta del tempo 1 (cioè del tempo *presente*), risulta più "utilizzato" del precedente.
Analogamente,in base alla ponderazione di tipo PAASCHE , si ottiene:

$$\frac{\sum p_{j,1} q_{j,1}}{\sum p_{j,0} q_{j,1}} \bullet \frac{\sum p_{j,0} q_{j,1}}{\sum p_{j,1} q_{j,1}} = 1$$

da cui:

$$\sum p_{j,0} q_{j,1} \frac{\sum p_{j,1} q_{j,1}}{\sum p_{j,0} q_{j,1}} = \sum p_{j,1} q_{j,1}$$

(2)

In generale,si può affermare che il COEFFICIENTE DI TRASFORMAZIONE di un valore espresso in moneta di un determinato *tempo* ,in un valore espresso in moneta di

un *tempo* successivo(precedente) al primo,non è altro che un'indice del p.d'a. della moneta relativo al *tempo* "iniziale" ("finale") con base il *tempo* "finale" ("iniziale").
Volendo tenere conto di entrambi i tipi di ponderazione, si può moltiplicare membro a membro la (1) per la (2); estraendo poi la radice quadrata da ambo i membri, si ottiene :

$$\sqrt{\sum p_{j,0} q_{j,0} \sum p_{j,0} q_{j,1}} \bullet \sqrt{\frac{\sum p_{j,1} q_{j,0}}{\sum p_{j,0} q_{j,0}} \bullet \frac{\sum p_{j,1} q_{j,1}}{\sum p_{j,0} q_{j,1}}} = \sqrt{\sum p_{j,1} q_{j,0} \sum p_{j,1} q_{j,1}}$$

dove l'indice sintetico di tipo FISHER del potere d'acquisto della moneta,relativo al tempo 0 con base il tempo 1, ci permette di trasformare la *media geometrica* dei valori espressi in moneta del tempo 0 nella *media geometrica* dei valori espressi in moneta del tempo 1.
Per concludere possiamo attribuire al rapporto:

$$\frac{\sum p_{j,1} q_{j,0}}{\sum p_{j,0} q_{j,0}}$$

oltre che i significati di indice sintetico dei prezzi (al tempo 1 con base il tempo 0), e di indice sintetico del potere d'acquisto della moneta (al tempo 0 con base il tempo 1), ovvero di *coefficiente per trasformare* ("cambiare") la moneta del tempo 0 in moneta del tempo 1 , anche quello di PARITA' globale (cioè riferita all'intero paniere dei consumi) *temporale* del POTERE D'ACQUISTO (PPA), cioè la quantità di unità monetarie *del* tempo 1 con la quale si può acquistare nel tempo 1 un complesso di beni e servizi uguale a quello acquistabile nel tempo 0 con una unità monetaria *del* tempo 0.
E' sottinteso che il reciproco del su indicato rapporto ci permette di calcolare, direttamente, l'indice sintetico del potere d'acquisto della moneta relativo al tempo *1* con base il tempo *0* (come risulta nel § successivo), senza calcolare la media armonica ponderata degli indici elementari del potere d'acquisto della moneta rispetto alle *m* merci considerate.
6 - L'ISTAT pubblica, nell'ANNUARIO STATISTICO ITALIANO, una *tavola* di "Coefficienti per moltiplicare valori espressi in lire degli anni "passati" per tradurli in lire dell'anno a cui si riferisce l'annuario, o di un anno ad esso prossimo, in caso di

indisponibiltà di dati "; cioè i cosiddetti *coefficienti di trasformazione della lira* ,calcolati,a partire dal *1861*, con riferimento, sia agli indici dei prezzi al consumo per le famiglie di operai ed impiegati (denominati fino al 1968 indici del costo della vita), che agli indici dei prezzi all'ingrosso, fino all'anno 1989, e agli indici dei prezzi praticati dai grossisti, dal 1990 in poi.Poichè queste ultime due serie di n. indici non sono comparabili, i *coefficienti*, che riguardano periodi di tempo a cavallo del gennaio 1990, sono forniti al fine di soddisfare esigenze di ordine pratico.

Ad es., data la serie dei numeri indici dei prezzi al consumo per le famiglie di operai ed impiegati con base: 1980=1 (1981=1,187 ; 1982=1,381; 1983=1,588; 1984=1,756; 1985=1,907), quella dei corrispondenti n.i. del p.d'a. della lira, risulterà: 1980=1;1981=1/1,187 ;1982=1/1,381 ;1983=1/1,588 ;1984=1/1,756 ;1985=1/1,907. (Questi n.i. rappresentano anche i coefficienti per *trasformare* le £. del 1981,1982,1983,1984 e 1985 in £.del 1980). Procedendo allo *slittamento* della base dei su indicati n.i. del p.d'a della lira , dall'anno "iniziale"(1980) all'anno "finale"(1985), si ottengono i cosiddetti "COEFFICIENTI DI TRASFORMAZIONE" delle lire 1980,1981,1982,1983 e 1984 in lire 1985) che, essendo più "utilizzati" dei precedenti, sono riportati nel seguente prospetto:

ANNI	"COEFFICIENTI DI TRASFORMAZIONE"
1980	$\frac{\sum p_{j,85} q_{j,80}}{\sum p_{j,80} q_{j,80}} = 1{,}907 = \frac{1{,}907}{1}$
1981	$\frac{\sum p_{j,85} q_{j,80}}{\sum p_{j,81} q_{j,80}} = 1{,}607 = \frac{1{,}907}{1{,}187}$
1982	$\frac{\sum p_{j,85} q_{j,80}}{\sum p_{j,82} q_{j,80}} = 1{,}381 = \frac{1{,}907}{1{,}381}$
1983	$\frac{\sum p_{j,85} q_{j,80}}{\sum p_{j,83} q_{j,80}} = 1{,}201 = \frac{1{,}907}{1{,}588}$
1984	$\frac{\sum p_{j,85} q_{j,80}}{\sum p_{j,84} q_{j,80}} = 1{,}086 = \frac{1{,}907}{1{,}756}$
1985	$\frac{\sum p_{j,85} q_{j,80}}{\sum p_{j,85} q_{j,80}} = 1 = \frac{1{,}907}{1{,}907}$

Poichè l'aggregato posto al denominatore è relativo all'anno di volta in volta considerato,e quello posto al numeratore si riferisce all'anno 1985,appare evidente che tali **coefficienti** non sono altro che numeri indici del potere d'acquisto della lira con *base* l'anno1985("finale").Per *cambiare*, quindi,in £. *1985* (in base alla dinamica dei prezzi al consumo) i valori espressi in £.*1980* ,in £.*1981* ,ecc.,è necessario moltiplicare quest'ultimi valori,rispettivamente,per 1,907, 1,607 , e così via.Cioè, £.1 del *1980* equivalgono a £.1,907 del *1985* ; £.1 del *1981* a £. 1,607 del *1985*, ecc. Tali coefficienti, che si possono ottenere,come risulta evidente, moltiplicando il reciproco dell'indice dei prezzi di ciascun anno, per l'indice dei prezzi relativo all' "ultimo" anno considerato(1985,nel nostro caso),esprimono anche le PPA dell'anno "finale" rispetto a ciascuno degli anni "antecedenti".

Per ricavare i coefficienti di trasformazione a *base mobile*, conoscendo la serie dei coefficienti a *base fissa*, bisogna dividere ciascuno di quest'ultimi per quello che lo segue immediatamente.Ad es.,il coefficiente per *cambiare* le lire 1980 in lire 1981,risulta 1,187(=1,907/1,607).

Volendo determinare il coefficiente per la trasformazione delle lire,ad es. ,dell'anno 1982 in £. 1985 ,con riferimento alla *media* dell'indice dei prezzi al consumo(per le famiglie di operai ed impiegati)e di quello dei prezzi all'ingrosso,è necessario calcolare(essendo i coefficienti numeri indici del potere d'acquisto della lira) la MEDIA ARMONICA dei due coefficienti di trasformazione: quello calcolato con riferimento ai numeri indici dei prezzi al consumo (1,381,precedentemente indicato) e quello calcolato con riferimento ai numeri indici dei prezzi all'ingrosso (base:1980=1; 1982=1,328 ; 1985=1,726). Indicando quest'ultimo con

$$\frac{\sum p^{i}_{j,85}\, q^{i}_{j,80}}{\sum p^{i}_{j,82}\, q^{i}_{j,80}} = 1,300 = \frac{1,726}{1,328}$$

Il "coefficiente" *medio*, relativo al 1982, risulterà uguale a:

$$1,340 = \frac{2}{\frac{1}{1,381}+\frac{1}{1,300}} = \frac{2}{\frac{1}{\frac{\sum p_{j,85}\, q_{j,80}}{\sum p_{j,82}\, q_{j,80}}}+\frac{1}{\frac{\sum p^{i}_{j,85}\, q^{i}_{j,80}}{\sum p^{i}_{j,82}\, q^{i}_{j,80}}}} = \frac{2}{\frac{\sum p_{j,82}\, q_{j,80}}{\sum p_{j,85}\, q_{j,80}}+\frac{\sum p^{i}_{j,82}\, q^{i}_{j,80}}{\sum p^{i}_{j,85}\, q^{i}_{j,80}}}$$

L'ultima formula può assumere anche il significato di reciproco dell'indice *medio* dei prezzi al consumo ed all'ingrosso relativo al 1982 con base:1985 = 1.

Precedentemente abbiamo riportato i coefficienti per trasformare le lire degli anni:1980,1981,1982,1983 e 1984 in lire dell'anno 1985. L'ISTAT, a decorrere dal gennaio 1986, ha aggiornato la BASE degli indici dei prezzi al consumo per le famiglie di operai ed impiegati fissandola nell'anno 1985. Volendo tradurre le lire degli anni su indicati in £. 1986,non è necessario ricalcolare tutti i coefficienti di trasformazione con la nuova base (1986), è sufficiente moltiplicare i coefficienti di trasformazione con base 1985 per il COEFFICIENTE DI RACCORDO tra i coefficienti di trasformazione con base 1985 e base 1986, che risulta uguale al n.i. del p.d'a. relativo al 1985 con base 1986.Cioè per tradurre , ad es., le lire del 1981 in lire del 1986, si procede nel seguente modo:

$$\frac{\sum p_{j,85}q_{j,80}}{\sum p_{j,81}q_{j,80}} \bullet \frac{\sum p_{j,86}q_{j,85}}{\sum p_{j,85}q_{j,85}} = 1{,}607 \bullet 1{,}061 = 1{,}705$$

In altre parole, se i prezzi sono aumentati del 6,1% dal 1985 al 1986, il potere d'acquisto della lira è diminuito del 5,75%, passando da 1 a 0,9425: quindi per ottenere il n.i. p.d'a. con base 1986=1, è necessario dividere 1,607(n.i. p.d'a. relativo al 1981 con base 1985=1)per 0,9425(n.i. p.d'a. relativo al 1986 con base 1985=1),ottenendo 1,705. Dall'espressione su riportata si evince che, non godendo i numeri indici (di tipo LASPEYRES) dei prezzi......e quindi del potere d'acquisto della moneta della proprietà *transitiva* , il risultato che si ottiene risulta approssimato e viene fornito soltanto per soddisfare esigenze di ordine pratico. A mano a mano che il periodo preso in considerazione si "allunga", tale approssimazione al valore esatto diminuisce, perchè ad ogni cambiamento di *base* (l'ISTAT,ad es.,dal 1980 al 1993 ha calcolato successive serie di n.i. dei prezzi al consumo per le fam. di op. ed imp. con *base* : 1980 ; 1985 ; 1989; 1992=*100*) sono state introdotte modificazioni nel *numero* e nella *specie* dei prodotti considerati e nel *sistema* di *ponderazione* usato per la sintesi.

7 - Indicando con A e B due diversi Paesi, il rapporto $p_{j,A}/p_{j,B}$ (oppure $p_{j,B}/p_{j,A}$) esprime la PARITA' ECONOMICA ELEMENTARE *SPAZIALE* (o TERRITORIALE INTERNAZIONALE) o la PARITA' ELEMENTARE *SPAZIALE* DI POTERE D'ACQUISTO (cfr.§ 4) con riferimento al bene j ,cioè il numero di unità monetarie di A (B) *equivalenti* ad una unità monetaria di B (A) oppure il COEFFICIENTE PER TRASFORMARE(prendendo come riferimento, ad es., il prezzo del pane) la moneta del Paese B (A) in moneta del Paese A (B).
Se ci riferiamo all'intero paniere degli *m* consumi,ricordando le relazioni riportate alla fine del § 4, le PPA (adoperate, in questo caso, come *coefficienti di trasformazione*)del Paese B(A) rispetto al Paese A(B) ,potrebbero essere ottenute come rapporti di somme(=rapporti di medie aritmetiche semplici) di prezzi, cioè:

$$\sum p_{j,A} \frac{\sum p_{j,B}}{\sum p_{j,A}} = \sum p_{j,B}$$

$$\sum p_{j,B} \frac{\sum p_{j,A}}{\sum p_{j,B}} = \sum p_{j,A}$$

Esprimendo in tal modo le PPA non si darebbe la dovuta importanza economica ai prezzi.Volendo introdurre dei pesi, le PPA *spaziali* (coefficienti di trasformazione) potrebbero essere ottenute ponderando i prezzi con delle quantità (consumi) relative al paese *base* o al paese di *riferimento* (ciò,come è noto,equivale a calcolare medie aritmetiche ponderate delle *parità elementari*), cioè:

$$\sum p_{j,A} q_{j,A} \frac{\sum p_{j,B} q_{j,A}}{\sum p_{j,A} q_{j,A}} = \sum p_{j,B} q_{j,A} \qquad (1)$$

$$\sum p_{j,A} q_{j,B} \frac{\sum p_{j,B} q_{j,B}}{\sum p_{j,A} q_{j,B}} = \sum p_{j,B} q_{j,B} \qquad (2)$$

$$\sum p_{j,B} q_{j,B} \frac{\sum p_{j,A} q_{j,B}}{\sum p_{j,B} q_{j,B}} = \sum p_{j,A} q_{j,B} \qquad (3)$$

$$\sum p_{j,B} q_{j,A} \frac{\sum p_{j,A} q_{j,A}}{\sum p_{j,B} q_{j,A}} = \sum p_{j,A} q_{j,A} \qquad (4)$$

A questo punto, prima di procedere oltre, ci sembra opportuno fare alcune precisazioni. La *parità* economica elementare *temporale* indica, come è noto, con riferimento al generico bene o servizio j , il numero di unità monetarie di un dato tempo *equivalenti* ad una unità monetaria di un altro tempo.La *parità* economica elementare *territoriale* (nazionale),relativa al bene o servizio j, indica il numero di unità monetarie che "spese" in una data regione *equivalgono* ad un' unità monetaria "spesa" in un'altra regione.Quindi,essendo sia la prima che la seconda *parità* espresse da un *puro numero*, la possibilità di comparazione viene estesa.La *parità* economica elementare *spaziale* (o territoriale internazionale),sempre con riferimento al bene o servizio j ,indicando il numero di unità monetarie di un dato Paese equivalenti ad una unità monetaria di un altro Paese, è,invece, espressa nella moneta del primo Paese, limitando le possibilità di confronti. Ciò si verifica anche per le corrispondenti PPA globali.

Le *parità economiche* o parità(globali) di potere d'acquisto (PPA) esprimono il rapporto tra i prezzi interni dei due Paesi posti a confronto,mentre i tassi di cambio o *parità monetarie* tengono conto,non solo del commercio internazionale(cioè del rapporto tra i prezzi all'importazione e quelli all'esportazione) ma anche dei movimenti di capitale,dei fattori politici, delle manovre inflazionistiche e deflazionistiche attuate dalle autorità monetarie, e delle spinte speculative.Quindi il tasso di cambio non è legittimamente utilizzabile come parità di potere d'acquisto.In altre parole, se indichiamo con ${}_Ac_B$ il cambio della moneta del Paese A nella moneta del Paese B (cioè un'unità monetaria di A è uguale a c unità monetarie di B) questo risulterebbe uguale al cambio economico se con una unità monetaria di A si potesse acquistare nel Paese A la stessa quantità di beni e servizi che si acquistano nel Paese B con ${}_Ac_B$ unità monetarie. In effetti, il cambio *monetario*, per le ragioni esposte precedentemente, risulta, generalmente, diverso da quello *economico*.

In base alla (1),riportata poc'anzi,si può affermare che moltiplicando i consumi del Paese A ,espressi in moneta nazionale dello stesso Paese,per la parità dei poteri d'acquisto (PPA) del Paese B rispetto al Paese A,si ottengono i consumi del Paese A espressi in unità monetarie aventi il potere d'acquisto del Paese B,e così espressi diventano comparabili con i consumi del Paese B espressi nella propria moneta nazionale.In altre parole,tenendo conto sia della (1) che della (2), le PPA (che, secondo BARBERI, esprimono la quantità di moneta del Paese B con la quale può essere acquistato nel Paese B un complesso di beni e servizi uguale a quello acquistabile nel Paese A con una unità di moneta del Paese A) o COEFFICIENTI DI TRASFORMAZIONE (di tipo LASPEYRES,nel primo caso e di tipo PAASCHE, nel secondo) permettono di trasformare il valore dell'intero paniere dei consumi espressi in moneta del Paese A, nel valore dello stesso paniere espresso in moneta del Paese B,assumendo come pesi i consumi,rispettivamente, del primo ($q_{j,A}$) e del secondo Paese($q_{j,B}$). D'ora innanzi parleremo, per brevità, solamente di *valore*. Volendo tener conto di entrambi i sistemi di ponderazione(volendo cioè determinare una parità dei poteri d'acquisto del Paese B rispetto al Paese A.,indipendente dal sistema di ponderazione adottato,o meglio, determinare un unico tasso di equivalenza delle monete dei due Paesi considerati),basta moltiplicare ,membro a membro , la (1) per la (2) , ed estrarre poi la radice quadrata da ambo i membri,ottenendo la PPA o COEFFICIENTE DI TRASFORMAZIONE(da un *valore* espresso in moneta del Paese A in un *valore* espresso in moneta del Paese B) di tipo FISHER. Infatti:

$$\sqrt{\sum p_{j,A} q_{j,A} \sum p_{j,A} q_{j,B}} \bullet \sqrt{\frac{\sum p_{j,B} q_{j,A}}{\sum p_{j,A} q_{j,A}} \bullet \frac{\sum p_{j,B} q_{j,B}}{\sum p_{j,A} q_{j,B}}} = \sqrt{\sum p_{j,B} q_{j,A} \sum p_{j,B} q_{j,B}}$$

Moltiplicando l'indice dei valori dei consumi del Paese A rispetto a quelli del Paese B per il su indicato *coefficiente di trasformazione* di A in B, si ottiene l'indice di quantità di tipo FISHER, dei consumi del Paese A rispetto a quelli del Paese B. Da tale uguaglianza si può ricavare quella precedentemente riportata. Infatti:

$$\frac{\sum p_{j,A} q_{j,A}}{\sum p_{j,B} q_{j,B}} \sqrt{\frac{\sum p_{j,B} q_{j,B}}{\sum p_{j,A} q_{j,B}} \bullet \frac{\sum p_{j,B} q_{j,A}}{\sum p_{j,A} q_{j,A}}} = \sqrt{\frac{\sum p_{j,A} q_{j,A}}{\sum p_{j,A} q_{j,B}} \bullet \frac{\sum p_{j,B} q_{j,A}}{\sum p_{j,B} q_{j,B}}}$$

$$\sqrt{\frac{\left(\sum p_{j,A} q_{j,A}\right)^2}{\sum p_{j,A} q_{j,A}} \bullet \sum p_{j,A} q_{j,B}} \sqrt{\frac{\sum p_{j,B} q_{j,B}}{\sum p_{j,A} q_{j,B}} \bullet \frac{\sum p_{j,B} q_{j,A}}{\sum p_{j,A} q_{j,A}}} = \sqrt{\frac{\left(\sum p_{j,B} q_{j,B}\right)^2}{\sum p_{j,B} q_{j,B}} \bullet \sum p_{j,B} q_{j,A}}$$

Procedendo analogamente con la (3) e la (4), si ottiene:

$$\sqrt{\sum p_{j,B} q_{j,B} \sum p_{j,B} q_{j,A}} \sqrt{\frac{\sum p_{j,A} q_{j,B}}{\sum p_{j,B} q_{j,B}} \frac{\sum p_{j,A} q_{j,A}}{\sum p_{j,B} q_{j,A}}} = \sqrt{\sum p_{j,A} q_{j,B} \sum p_{j,A} q_{j,A}}$$

In questo caso la PPA *spaziale* o "coefficiente di trasformazione" di tipo FISHER ci permette di tradurre un *valore* espresso in moneta del Paese B in un *valore* espresso in moneta del Paese A.Si dimostra facilmente,come abbiamo visto in precedenza,che tale uguaglianza si può ricavare dalla seguente:

$$\frac{\sum p_{j,B} q_{j,B}}{\sum p_{j,A} q_{j,A}} \bullet \sqrt{\frac{\sum p_{j,A} q_{j,B}}{\sum p_{j,B} q_{j,B}} \bullet \frac{\sum p_{j,A} q_{j,A}}{\sum p_{j,B} q_{j,A}}} = \sqrt{\frac{\sum p_{j,B} q_{j,B}}{\sum p_{j,B} q_{j,A}} \bullet \frac{\sum p_{j,A} q_{j,B}}{\sum p_{j,A} q_{j,A}}}$$

In altre parole, l'indice PPA di FISHER viene utilizzato, sia per trasformare l'INDICE di VALORE di A (B) rispetto a B (A) nell'analogo INDICE di QUANTITA',sia per trasformare un *valore* espresso in moneta del Paese A (B) in un *valore* espresso in moneta del Paese B (A) ; *valore* ottenuto,in entrambi i casi,considerando sia i consumi del Paese A che quelli del Paese B.
Godendo, l'indice di FISHER, della proprietà di *reversibilità* delle basi, il secondo coefficiente di trasformazione (di B in A) risulta uguale al reciproco del primo (di A in B) e quindi, una volta trasformato un valore espresso in moneta del Paese A in un valore espresso in moneta del Paese B,si può ritrasformare nel valore iniziale(espresso in moneta del Paese A) moltiplicandolo per il reciproco del coefficiente di trasformazione (di A in B).
L'uso delle PPA di FISHER risolve, in concreto, il problema della scelta del *paniere* ,dal momento che tali PPA sono *equicaratteristiche* (hanno cioè un grado di *caratteristicità* uguale nei due Paesi) perché le quantità (consumi) che vi appaiono si possono considerare come *equidistanti* dalle quantità (consumi) dei due Paesi.

8 - Se si prendono in considerazione più Paesi (*confronti multipli*),ad es.,per semplicità,tre: A , B , C, mediante gli indici delle PPA di FISHER ,testè esaminati,si può procedere soltanto ai cosiddetti *confronti bilaterali*, cioè si può trasformare un valore espresso in moneta del Paese A (B) in un valore espresso in moneta del Paese B (A) ; un valore espresso in moneta del Paese A (C) in un valore espresso in moneta del Paese C (A);ed ,infine, un valore espresso in moneta del Paese B(C) in un valore espresso in moneta del Paese C (B).Cioè i confronti sono funzione dei prezzi e delle quantità(consumi) solo dei due Paesi considerati,e quindi il confronto diretto A/C non è uguale al confronto A/C prendendo come riferimento B, cioè ${}_{A}I_{C}^{F} \neq {}_{A}I_{B}^{F}\ {}_{B}I_{C}^{F}$
Volendo, invece,che i confronti siano funzione di tutti i prezzi e di tutte le quantità (consumi) dei 3 Paesi presi in considerazione,si può ricorrere all'indice EKS,dalle iniziali dei tre autori Eltetö e Köves,ungheresi,e Szulc,polacco, che lo costruirono indipendentemente l'uno dall'altro.Tale indice, a differenza di quello di FISHER, risulta essere *transitivo*. Si tratta di un procedimento che attraverso l'interpolazione di tutti gli indici *binari* di tipo FISHER, che è possibile costruire nel caso di n Paesi ,permette di determinare altrettanti indici EKS .

L' indice EKS permette di pervenire, attraverso una media geometrica ponderata di indici di PPA di tipo FISHER,ad una valutazione ,ad es. ,delle PPA delle monete di B rispetto ad A,di C rispetto a B e di C rispetto ad A , in grado di soddisfare la condizione di *transitività* e quindi di *circolarità* delle basi. Nel nostro caso , si ha :

$${}_AEKS_B = \left[\left({}_AI_B^F\right)^2\left({}_AI_C^F \bullet {}_CI_B^F\right)\right]^{\frac{1}{3}}$$

$${}_BEKS_C = \left[\left({}_BI_C^F\right)^2\left({}_BI_A^F \bullet {}_AI_C^F\right)\right]^{\frac{1}{3}}$$

$${}_AEKS_C = \left[\left({}_AI_C^F\right)^2\left({}_AI_B^F \bullet {}_BI_C^F\right)\right]^{\frac{1}{3}}$$

Ricordando che ${}_AI_B^F\,{}_BI_A^F = 1$ e ${}_CI_B^F\,{}_BI_C^F = 1$ si può dimostrare facilmente la condizione di *transitività* , cioé:

$${}_AEKS_C = {}_AEKS_B\;{}_BEKS_C$$

Nel caso in cui i Paesi siano n , l'indice EKS, che fornisce la PPA del Paese *h-mo* rispetto al Paese *i-mo* , è espresso da:

$${}_iEKS_h = \sqrt[n]{\left({}_iI_h^F\right)^2 \mathop{\pi}_{\substack{s=1\\ s\neq h,i}}^{n}\left({}_iI_s^F\;{}_sI_h^F\right)}$$

Tale parità ci fornisce la quantità di unità monetarie di h con la quale si può acquistare in h un complesso di beni e servizi acquistabili in i con una unità monetaria di i. Tale indice si può utilizzare anche per trasformare un valore espresso in moneta del Paese i in un valore epresso in moneta del Paese h .Tale coefficiente di trasformazione è , giova ripeterlo, dotato della proprietà di *transitività* o di *circolarità*.
L'indice EKS applicato nel contesto spaziale risulta uguale ad una formula proposta,precedentemente,dal Gini nel contesto temporale.Se infatti sostituiamo al posto dei Paesi A, B, C, i tempi 1, 2, 3 , possiamo scrivere:

$$ {}_1G_3 = {}_1G_2\,{}_2G_3 $$

dove

$$ {}_1G_3 = \sqrt[3]{\left({}_1I_3^F\right)^2\left({}_1I_2^F\,{}_2I_3^F\right)} $$

${}_1G_3$ ci fornisce il coefficiente per trasformare un valore espresso in moneta del tempo 1 in un valore espresso in moneta del tempo 3 ,tenendo conto anche di tutti i prezzi e di tutte le quantità (consumi) del tempo 2. Tale coefficiente, in virtù della proprietà *transitiva* , può essere ottenuto moltiplicando i cosiddetti coefficienti intermedi ${}_1G_2$ e ${}_2G_3$ che ci permettono di trasformare un valore espresso in moneta del tempo 1 in un valore espresso in moneta del tempo 2 e quest'ultimo in un valore espresso in moneta del tempo 3.

9 - A questo punto ci sembra necessario fare un esempio chiarificatore: consideriamo tre Paesi (A, B, C) e due prodotti(I e II) , i cui prezzi (espressi nelle monete nazionali) e i cui consumi (quantità) sono riportati nella Tab.2.
La PPA della moneta del Paese C(o tempo 3) rispetto alla moneta del Paese A(o tempo 1) calcolata con l'indice di GEKS, è pari a (Cfr. Tabb.3 e 4):

$$ {}_AGEKS_C = \sqrt[3]{(1{,}9251)^2(1{,}3208 \bullet 1{,}4483)} = 1{,}9209 $$

Tale PPA può essere ottenuta anche attraverso l'uguaglianza

$$ {}_AGEKS_C = {}_AGEKS_B\ {}_BGEKS_C = 1{,}3236(1{,}4513) = 1{,}9209 $$

da cui si deduce che l'indice GEKS soddisfa la proprietà della *transitività* o *circolarità*. Se confrontiamo le Tabb. 3 e 4, in cui sono riportate le PPA calcolate con gli indici di FISHER e di GEKS , si notano differenze minime(al di sotto dell'0,5%) per tutte le coppie di valori (Ad es., ${}_AI^F_B = 1{,}3208$; ${}_AGEKS_B = 1{,}3236$). Ad es.,poichè ${}_AI^F_B = 1{,}3208$ e ${}_AGEKS_B = 1{,}3236$, la quantità di unità monetarie di B (**del** *tempo* 2) con la quale si può acquistare in B (**nel** *tempo* 2) un complesso di beni e servizi acquistabili in A (**nel** *tempo* 1) con una unità monetaria di A (**del** *tempo* 1) è, rispettivamente, di 1,3208 e di 1,3236. Ciò significa che per trasformare un valore (ad es. dell'intero paniere dei consumi) espresso in moneta del Paese A(**del** *tempo* 1) nell'analogo valore espresso in moneta del Paese B (**del** *tempo* 2), è sufficiente moltiplicare il primo,rispettivamente, per 1,3208 e 1,3236. Quest'ultimi valori, oltre a rappresentare il numero indice sintetico dei prezzi del Paese B(*tempo* 2) rispetto al Paese A(*tempo* 1), rappresentano anche l'indice del potere d'acquisto del Paese A (*tempo* 1) rispetto al Paese B (*tempo* 2).

10 - Concludendo, si può affermare che quando si opera nel contesto *temporale* o in quello *territoriale nazionale* (regioni di uno stesso Paese,Cfr. § n.3), i numeri indici dei prezzi (di tipo LASPEYRES , PAASCHE, FISHER e GEKS), oltre a misurare la variazione dei prezzi degli aggregati considerati dal tempo (regione) r (posto al denominatore) al tempo(regione) s (posto al numeratore), possono rappresentare,nel primo caso, anche la PARITA' di POTERE D'ACQUISTO (PPA) TEMPORALE, cioè il numero di unità monetarie del tempo s con la quale si può acquistare nel tempo s un complesso di beni e servizi uguale a quello acquistabile nel tempo r con una unità monetaria del tempo r ;nel secondo caso, la PARITA' DI POTERE D'ACQUISTO (PPA) TERRITORIALE NAZIONALE, che esprime la quantità di unità monetarie con la quale si può acquistare nella regione s un complesso di beni e servizi uguale a quello acquistabile nella regione r con una unità monetaria del Paese a cui appartengono le due Regioni considerate. Tali numeri indici dei prezzi possono misurare, inoltre, la variazione del potere d'acquisto della moneta, e possono,infine,essere considerati come coefficienti per trasformare (*cambiare*) i valori relativi al tempo(regione) r in valori relativi al tempo(regione) s.

Quando si opera nel contesto *spaziale(o territoriale internazionale)* (Cfr. § n.7),le PPA esprimono le quantità di unità monetarie del Paese s con la quale si può acquistare nel Paese s un complesso di beni e servizi uguale a quello acquistabile nel Paese r con una unità monetaria del Paese r. Essendo gli aggregati espressi nelle rispettive monete nazionali(ad es. lire italiane e franchi francesi)il loro rapporto non dà luogo ad un *puro numero* , e,quindi,non si possono considerare veri e propri numeri indici dei prezzi. A tali PPA si può attribuire soltanto il significato di *coefficiente* per trasformare i valori relativi al Paese r nei valori relativi al Paese s .

In ultimo ci sembra opportuno fare una precisazione riguardo ai numeri indici dei prezzi. Alcuni Autori sostengono, erroneamente,che,a causa del legame funzionale secondo cui al crescere del prezzo di un bene si accompagna (per gli acquirenti) solitamente una diminuzione della quantità domandata,l'indice di LASPEYRES tende ad essere superiore a quello di PAASCHE .Cioè se tra due tempi si ha: $p_{j,1} > p_{j,0}$,a parità di tutte le altre condizioni,segue: $q_{j,1} < q_{j,0}$. Moltiplicando ambo i membri di questa disuguaglianza per $p_{j,0}$,si ottiene: $p_{j,0}\, q_{j,1} < p_{j,0}\, q_{j,0}$, da cui si ha che il *sistema di ponderazione* da attribuire agli indici elementari dei prezzi ($p_{j,1}/p_{j,0}$) risulta più elevato nella costruzione dell'indice di LASPEYRES che in quello dell'indice di PAASCHE.Ciò, in realtà, si verifica considerando soltanto i numeratori dei due indici.Poichè tali indici sono medie aritmetiche ponderate di indici elementari, bisogna tener conto non dei *pesi* assoluti ma di quelli *relativi*. Ipotizziamo,per semplicità ,che fra il tempo *0* ed il tempo *1* siano scambiate due sole merci(*a* e *b*) ai prezzi 80 e 100 per la prima merce e 60 e 90 per la seconda e che le corrispondenti quantità domandate diminuiscano da 50 e 40 per la prima merce e da 30 a 27 per la seconda. Eseguendo i calcoli, pur esistendo una *relazione negativa* fra prezzi e quantità, l'indice di PAASCHE(1,334) risulta maggiore di quello di LASPEYRES (1,328), come era d'attendersi,perchè fra gli indici elementari dei prezzi 1,25(=100/80)e 1,50(=90/60) e quelli delle quantità 0,80(=40/50) e 0,90(=27/30) esiste *correlazione positiva.* Lasciando invariati i prezzi precedenti delle due merci ,ma attribuendo alla merce *a* le quantità della merce *b* e viceversa,l'indice di LASPEYRES(1,389) risulterebbe superiore a quello di PAASCHE(1,382),esistendo,in questo caso,una *correlazione negativa* fra gli indici elementari dei prezzi(1,25 e 1,50) e quelli delle quantità (0,90 e 0,80).La *correlazione negativa* si verifica nella maggior parte dei casi.Confrontando, infatti, il primo con il secondo esempio, si deduce che è più logico che l'aumento del 25% del prezzo della prima merce e quello del 50% del prezzo della seconda causino una diminuzione delle quantità domandate,rispettivamente, del 10% e del 20% , che non una diminuzione,rispettivamente, del 20% e del 10%.Cioè,in generale,ad *aumenti* relativi minori(maggiori) dei prezzi corrispondono *diminuzioni* relative minori (maggiori) delle quantità domandate. La *correlazione negativa* fra gli indici elementari dei prezzi (ad es.,1,25(=100/80) e 1,50 (=90/60)) e quelli delle quantità (ad es.,1,25(=50/40) e 1,11(=30/27)),e quindi P_L=1,334 > P_P=1,328, può verificarsi anche nel nostro caso,poco frequente,in cui esiste una *relazione positiva* fra prezzi e quantità. Poiché, in generale,come abbiamo visto, l'indice dei prezzi di LASPEYRES (P_L) risulta maggiore dell'indice dei prezzi di PAASCHE(P_P), moltiplicando ambo i membri di questa disuguaglianza per l'indice delle quantità di LASPEYRES(Q_L), si ottiene:

$$P_L\ Q_L\ > V\ (= P_P\ Q_L\ )$$

L'indice di LASPEYRES ,risultando maggiore dell'indice di valore(V),presenta una *tendenziosità positiva.* Analogamente,si può dimostrare che l'indice di PAASCHE presenta, invece,una *tendenziosità negativa.*

Tab. n. 1- Numeri indici elementari del prezzo del pane (j) e del potere d'acquisto della lira rispetto al pane.

Anni	i	Spesa compless (000.000) £ $s_{j,i}$	Quant. acquist. (000.000) Kg $q_{j,i}$	Prezzo unitario £ $\frac{s_{j,i}}{q_{j,i}} = p_{j,i}$	Pot.d'acq. della lira $\frac{q_{j,i}}{s_{j,i}} = \frac{1}{p_{j,i}}$	NUMERI INDICI: prezzi base:70=1 ${}_0I^{p}_{j,i} = \frac{p_{j,i}}{p_{j,0}}$	NUMERI INDICI: potere d'acq.della lira base: 70=1 ${}_0I^{p.a.}_{j,i} = \frac{p_{j,0}}{p_{j,i}}$	NUMERI INDICI: potere d'acq.della lira base: 71=1 $\frac{p_{j,i}}{p_{j,0}}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
1970	0	1000	5	200	$\frac{1}{200} = 0{,}005$	1	1	$\frac{250}{200} = 1{,}25$
1971	1	1250	5	250	$\frac{1}{250} = 0{,}004$	$\frac{250}{200} = 1{,}25$	$\frac{200}{250} = \frac{0{,}004}{0{,}005} = 0{,}8$	1

Tab. n.2 - Dati di base per il calcolo dell'indice di FISHER.

Paesi o tempi / Prodotti (j)	Paese A(o Tempo 1)		Paese B (o Tempo 2)		Paese C (o Tempo 3)	
	Prezzi (p)	Quantità (q)	Prezzi (p)	Quantità (q)	Prezzi (p)	Quantità (q)
Prodotto I	$p_{I,A} = 8$	$q_{I,A} = 9$	$p_{I,B} = 10$	$q_{I,B} = 8$	$p_{I,C} = 12$	$q_{I,C} = 2$
Prodotto II	$p_{II,A} = 6$	$q_{II,A} = 5$	$p_{II,B} = 9$	$q_{II,B} = 4$	$p_{II,C} = 18$	$q_{II,C} = 1$

Tab.3 - PPA con il Metodo di FISHER.

Paesi o Tempi (denomin.)	PAESI O TEMPI (numeratore)		
	A (1)	B (2)	C (3)
A (1)	1	$\sqrt{\dfrac{\sum p_{j,B} q_{j,A}}{\sum p_{j,A} q_{j,A}} \dfrac{\sum p_{j,B} q_{j,B}}{\sum p_{j,A} q_{j,B}}}$ $\sqrt{1,3235 \bullet 1,3182} = 1,3208$	$\sqrt{\dfrac{\Sigma p_{j,c} q_{j,A}}{\Sigma p_{j,A} q_{j,A}} \dfrac{\Sigma p_{j,c} q_{j,c}}{\Sigma p_{j,A} q_{j,c}}}$ $\sqrt{1,9412 \bullet 1,9091} = 1,9251$
B (2)	$\sqrt{\dfrac{\sum p_{j,A} q_{j,B}}{\sum p_{j,B} q_{j,B}} \dfrac{\sum p_{j,A} q_{j,A}}{\sum p_{j,B} q_{j,A}}}$ $\sqrt{0,7586 \bullet 0,7556} = 0,7571$	1	$\sqrt{\dfrac{\sum p_{j,C} q_{j,B}}{\sum p_{j,B} q_{j,B}} \dfrac{\sum p_{j,C} q_{j,C}}{\sum p_{j,B} q_{j,C}}}$ $\sqrt{1,4483 \bullet 1,4483} = 1,4483$
C (3)	$\sqrt{\dfrac{\sum p_{j,A} q_{j,C}}{\sum p_{j,C} q_{j,C}} \dfrac{\sum p_{j,A} q_{j,A}}{\sum p_{j,C} q_{j,A}}}$ $\sqrt{0,5238 \bullet 0,5152} = 0,5195$	$\sqrt{\dfrac{\sum p_{j,B} q_{j,C}}{\sum p_{j,C} q_{j,C}} \dfrac{\sum p_{j,B} q_{j,B}}{\sum p_{j,C} q_{j,B}}}$ $\sqrt{0,6905 \bullet 0,6905} = 0,6905$	1

Tab.4 - PPA con il Metodo di GEKS.

Paesi o tempi (denomin)	PAESI O TEMPI (numeratore)		
	A (1)	B (2)	C (3)
A (1)	1	${}_{A}GEKS_{B}$ = 1,3236	${}_{A}GEKS_{C}$ = 1,9209
B (2)	${}_{B}GEKS_{A}$ = 0,7556	1	${}_{B}GEKS_{C}$ = 1,4513
C (3)	${}_{C}GEKS_{A}$ = 0,5206	${}_{C}GEKS_{B}$ = 0,6890	1

BIBLIOGRAFIA

ALVARO G. - *Contabilità nazionale e Statistica economica,* Cacucci, Bari, 1992.

BARBERI B. - *Cambio e parità economica della lira* ,Annali di Statistica Istat, serie VIII, vol. I, Roma, 1947.

BARBERI B. - *Elementi di Statistica economica,* Boringhieri, Torino, 1966.

ELTETÖ O. e KÖVES T. - *One index computation problem of international comparison,* in "Statisztikai Szemle", luglio, 1964.

FERRARI G. - *Confronti spaziali di aggregati economici,* in Numeri indici (teoria e pratica) di AL. PREDETTI, Giuffrè, Milano, 1994.

GINI C. - *Quelques considerations au sujèt de la construction des nombres indices des prix et des questions analogues,* in "Metron", vol. 4, n.1, 1924.

GIUSTI F. e VITALI O. - *Statistica economica* , Cacucci, Bari, 1983.

LENTI L. - *Statistica economica,* Utet, Torino, 1972.

PREDETTI AL. - *I numeri indici (teoria e pratica*), Giuffrè, Milano, 1994.

SZULC B. - *Index numbers of multilateral regional comparison* , in "Przeglad Statysticny", n.3, 1964.