

Report n. 147

**Utilizzi empirici di modelli multistato
continui con durate multiple**

**Alessandro VALENTINI Francesco BILLARI
Piero MANFREDI**

Pisa, Luglio 1999

Utilizzi empirici di modelli multistato continui con durate multiple*

A. Valentini** F. Billari*** P. Manfredi**

Luglio 1999

** Dipartimento di Statistica e Matematica Applicata all'Economia. Pisa
e-mail: valentini@ec.unipi.it manfredi@ec.unipi.it

*** IMQ, Università Bocconi, Milano. Istituto di Statistica, Università Cattolica, Milano;
Dipartimento di Scienze Statistiche, Università di Padova.
e-mail: billari@hal.stat.unipd.it

Abstract

Il presente lavoro ha per oggetto il trattamento di tre distinti modelli di previsione demografica a stati irreversibili con un solo sesso (femminile). Per ciascuno di essi vengono richiamati i principali fondamenti teorici, è esaminata la procedura di reperimento dei dati da fonti esterne e vengono fornite due simulazioni di lungo periodo relative alla popolazione femminile italiana.

La principale distinzione tra i tre modelli riguarda il comportamento riproduttivo. Nel primo caso (a 4 dimensioni) i tassi di fecondità sono funzione della sola età anagrafica, nel secondo (a 28 stadi) dipendono dalla sola durata del matrimonio e nell'ultimo (anch'esso a 28 dimensioni) sono correlati congiuntamente all'età di ingresso nello status coniugale e alla durata del matrimonio.

Sia le simulazioni che le procedure necessarie per il calcolo dei tassi di transizione sono state realizzate dal primo autore mediante apposite routines scritte utilizzando il linguaggio VBA di Microsoft Excel for Applications, con algoritmi molto simili al modello Lipro (Van Imhoff and Keilmann, 1992).

1. Introduzione

Il presente scritto illustra nel dettaglio tre distinti modelli di proiezione demografica a stati irreversibili, messi a punto per esaminare via simulazione gli effetti sulle strutture per età ergodiche derivanti dal processo di ritardo nella transizione verso lo stato adulto che si riscontra nelle più recenti coorti italiane rispetto a quelle più anziane. Lo stesso si propone come supporto ai lavori di Billari e al. (1999) che si interessano specificamente delle conseguenze sulla fecondità associate al citato processo di ritardo nella transizione verso lo stato adulto al momento in atto.

Il fondamento teorico dei tre diversi schemi di previsione risale al report di Manfredi e Billari (1997), che costituisce una estensione del modello di Inaba (1996). In tale rapporto la popolazione di un sesso (femminile) è disaggregata in quattro diversi stadi consequenziali: giovane, adulto, coniugale, divorziato. Nel presente lavoro il quarto stadio è esteso a tutte le

* Per il primo autore (Alessandro Valentini) il presente lavoro fa parte di un progetto di ricerca che lo stesso sta svolgendo presso il Dipartimento di Statistica e Matematica Applicata della Facoltà di Economia di Pisa, in collaborazione e sotto la supervisione del Dottor Piero Manfredi. Tale studio è finanziato da una borsa di studio di Ateneo.

persone che non sono più unite, indipendentemente dalla causa, ricomprendendo quindi le vedove insieme alle divorziate.

La transizione da una dimensione all'altra dipende da specifici tassi che vengono applicati agli esposti al rischio della dimensione di origine.

Nel report originale i tassi di mortalità sono funzione dell'età anagrafica (ma indipendenti dallo stadio di appartenenza), i tassi di transizione verso lo stato adulto dipendono dalla sola età, quelli di passaggio verso lo stato coniugale sono funzione congiunta dell'età di passaggio allo stato adulto e del numero di anni di permanenza in questo stato. I tassi di passaggio verso lo stato di divorziato (e vedovo) dipendono invece congiuntamente dalle età di ingresso nello stato adulto e in quello coniugale, nonché dalla durata del matrimonio. Data l'esistenza di problemi concreti nella stima dei dati, nel seguito assumeremo che i tassi di transizione verso lo stato coniugale e verso lo stato residuale (vedovanza+divorzio) siano funzione della sola età anagrafica, come quelli di mortalità e di passaggio verso lo stato adulto.

Per quanto riguarda la fecondità, in Manfredi e Billari (1997) solo le coniugate possono mettere al mondo figli, secondo tassi che sono funzione congiunta dell'età di ingresso nello stato adulto, dell'età al matrimonio e della durata del matrimonio, ovvero di una molteplicità di fattori di cui è estremamente difficile tenere conto in pratica, almeno lavorando con classi per età annuali. Ipotizzando infatti che la transizione verso lo stato adulto si verifichi in un range di 20 anni (da 15 a 34) e che il passaggio verso lo stato coniugale che interessa la fecondità riguardi un intervallo di 25 anni (da 16 a 40), è necessario considerare 310 gruppi di coniugati¹ e quindi stimare 310 curve di fecondità per durata del matrimonio: si tratta di un compito improponibile che non ripagherebbe in termini di accuratezza dei risultati in quanto alla migliore tenuta teorica del modello si contrapporrebbero stime dei tassi certamente poco affidabili. Queste considerazioni rendono gioco forza astrarre da una o più delle dimensioni considerate, riducendo in modo più o meno significativo il livello di complessità del modello. Nel caso più semplificato possibile i tassi di fecondità vengono posti funzione della sola età anagrafica delle coniugate: in questa situazione per effettuare le stime è sufficiente disporre di un solo gruppo di coniugate e di un solo vettore di tassi di fecondità (per età anagrafica). In questo modello, definibile come con "fecondità dipendente dall'età", le 4 dimensioni di base (giovani, adulte, coniugate, vedove+divorziate) risulteranno sufficienti, in quanto non è necessario adottare alcuna disaggregazione delle coniugate. Qualora si ipotizzi invece che la fecondità sia funzione della durata del matrimonio o congiuntamente di durata del matrimonio e età di ingresso nello stato coniugale, sarà necessario disaggregare le coniugate in vari gruppi, facendo crescere le dimensioni del modello in entrambe i casi a 28.

Nell'ipotesi di dipendenza dei tassi di fecondità dalla durata del matrimonio le coniugate dovranno essere disaggregate in funzione della durata del matrimonio stesso in 25 gruppi (da 0 a 24 anni e oltre). Questo caso corrisponde all'assunzione che la fecondità si estrinsechi nei primi 24 anni di matrimonio, e risulti trascurabile dal venticinquesimo in poi. Il modello, a 28 dimensioni (giovane, adulta, 25 status coniugali e residuale), verrà definito come con "dipendenza dalla durata". Per quanto riguarda la stima dei tassi di fecondità, sarà sufficiente disporre di due vettori: il primo contenente le esposte per durata del matrimonio, e il secondo le relative figlie generate, sempre per durata.

¹ Il conteggio delle serie di tassi da stimare è ottenuto costruendo un rettangolo che ha in riga le possibili età di ingresso nello stato adulto (20) e in colonna le possibili età al matrimonio (25). Il rettangolo può essere diviso in due parti: la prima costituita da un quadrato 20*20, aderente al lato di sinistra; la seconda costituita anch'essa da un rettangolo di dimensioni 20*5. Le celle al di sotto della diagonale principale del quadrato sono vuote, in quanto corrispondenti a possibili età coniugali antecedenti rispetto all'età di ingresso nello stato adulto. Tutte le altre celle sono occupate: il rispettivo numero è quindi pari a: $20 \cdot 21/2 + 20 \cdot 5 = 310$.

Il modello precedente, pur meno "triviale" di quello con dipendenza dall'età, presenta una grossa limitazione in quanto vincola i tassi di fecondità alla sola durata del matrimonio, indipendentemente dalla data di ingresso nello stato coniugale. Questo significa, in altri termini, che per esempio una donna di 20 anni sposata da 3 ha la stessa propensione a mettere al mondo figli di una donna di 35 anni sposata anch'essa da 3. Per superare questa limitazione non è necessario tanto incrementare la disaggregazione nei coniugati, quanto cambiare la tipologia di raggruppamento classificando le donne sposate sulla base dell'età al matrimonio (nel range da 16 a 40 anni, comprendendo nel gruppo di 40 anni le donne sposate ad età più avanzate) e ripartire i tassi di fecondità per durata (o per età, il che è equivalente²) per ogni età al matrimonio. Anche quest'ultimo sistema, che definiremo come con "dipendenza da età al matrimonio e dalla durata del matrimonio", presenta 28 dimensioni (giovane, adulta, 25 status coniugali, residuale). Risulta però più complesso del precedente, perché necessita anche di 25 diversi vettori di tassi di fecondità, che vengono stimati tramite 50 diversi vettori: 25 di esposte (coniugate alle varie età) e 25 di eventi (figli generati).

Una volta stimati i vettori dei tassi di transizione e di fecondità (secondo il modello scelto) saremo in grado di preparare il set di proiezioni demografiche applicando iterativamente le equazioni di evoluzione che saranno esaminate in dettaglio nei Paragrafi da 3 a 5. Dato che nei lavori di riferimento del presente scritto (Billari e al, 1999) siamo interessati al confronto tra strutture ergodiche corrispondenti a diverse serie di tassi di partenza, più che alla forma delle strutture stesse, nel seguito assumeremo che i tassi stimati (sulla base delle procedure che elencheremo sotto) si mantengano costanti nel tempo.

In altri termini le nostre proiezioni demografiche saranno a tassi costanti.

Tutte le simulazioni saranno precedute dal preliminare esame della struttura stazionaria, che emergerebbe qualora i tassi di fecondità fossero tali da garantire (esattamente) il livello di rimpiazzo per la popolazione. In particolare la percentuale di persone viventi in ciascuno stadio per ogni classe per età (di ampiezza annuale) verrà utilizzata per disaggregare la popolazione femminile di quella classe residente al censimento del 1991 (circa 29.220.000 unità) nelle dimensioni richieste dal modello, in modo che la stessa costituisca la base per le proiezioni di lungo periodo. Questa approssimazione nella definizione della struttura per stadio iniziale può inficiare solo la dinamica della popolazione complessiva, ma non la relativa struttura ergodica. Infatti, in base al teorema della popolazione stabile, la struttura per età nel lungo periodo perde la conformazione originaria, raggiungendo lo stato stabile. Ciò significa in altri termini che la struttura stabile corrispondente ad un certo set di tassi di fecondità e di transizione è indipendente dalla ripartizione della popolazione iniziale per età e per stadio.

La rimanente parte del presente lavoro è organizzata come segue: nel Paragrafo 2, dopo l'elencazione di alcune classificazioni, esaminiamo il problema della stima dei tassi a partire dai dati a nostra disposizione e introduciamo i due scenari di riferimento: *benchmark* e *alternative*. Nei Paragrafi 3, 4 e 5 esplicitiamo le equazioni di evoluzione in forma discreta rispettivamente del modello con dipendenza dall'età, dalla durata e congiuntamente dall'età e dalla durata, mentre nel 6 richiamiamo i principali risultati della struttura stazionaria. Nel Paragrafo 7, per ciascuno dei tre modelli, confrontiamo tra loro le strutture stabili corrispondenti ai due scenari, in modo da valutare i principali effetti demografici derivanti dal processo di ritardo nella transizione verso lo stato adulto. Questa sarà anche l'occasione per esaminare le differenze pratiche esistenti tra gli stessi modelli. Nel Paragrafo 8, infine,

² Nota l'età anagrafica al parto e l'età al matrimonio, la durata del matrimonio è calcolata per differenza

vedremo come calcolare le differenze sul TFT generate dai due scenari mediante formule più semplificate.

2. La stima dei tassi di transizione e di fecondità a partire dai dati a nostra disposizione e l'introduzione dei due scenari di riferimento

Il presente Paragrafo è interlocutorio tra la definizione teorica dei modelli di riferimento e la conseguente adozione per l'effettuazione di simulazioni di lungo periodo. Si occupa infatti della stima dei tassi di transizione che verranno utilizzati nei due scenari (*benchmark* e *alternative*) a partire dai dati della più recente indagine sulla fecondità (De Sandre e al., 1997) e di altre fonti statistiche, come già avviene in Billari e al. (1999). Questa è anche l'occasione per definire in maniera formale cosa si intende con i termini "giovane", "adulta" e "coniugata", in modo da evitare equivoci nell'interpretazione.

2.1 Stima dei tassi

Ciascuno dei modelli che abbiamo considerato in precedenza necessita della stima delle seguenti misure demografiche (che supporremo rimangano costanti nel tempo):

- a) Tassi di transizione dallo stato giovane a quello adulto (per età)
- b) Tassi di transizione dallo stato adulto a quello di coniugato (per età)
- c) Tassi di transizione dallo stato di coniugato a quello di nuovamente non unito (per età), che riguardano la divorzialità e la vedovanza
- d) Tassi di fecondità delle coniugate (per età, per durata oppure per età e per durata)
- e) Tassi di mortalità (per età)

I tassi di cui al punto e) sono facilmente reperibili da qualsiasi tavola di mortalità, per esempio da quella della popolazione femminile Italiana del 1992 (Istat, 1996), da cui risulta una speranza di vita alla nascita di 79,99 anni.

Più critica risulta la stima congiunta dei tassi di divorzialità e di vedovanza del punto c), per i quali si rimanda al lavoro di Valentini (1999). Basti ricordare in questa sede che tali dati sono stati ottenuti rapportando il numero di divorzi e vedovanze femminili in Italia stimati per il quinquennio 1992-96 alla relativa popolazione femminile media coniugata.

Per quanto riguarda gli altri tassi, relativi ai punti a), b) e d), viene utilizzato il data base raccolto nell'ultima indagine (Inf2) sulla fecondità in Italia (De Sandre e al., 1997), per un campione rappresentativo di soggetti. Secondo la tecnica generale di *event history analysis* il tasso relativo all'età x (per un qualsiasi fenomeno) è calcolato come rapporto tra gli eventi verificatisi a quell'età e la relativa popolazione "a rischio di sperimentare l'evento". In questo modo vengono anche evitati i problemi di censura informativa legati al fatto che la storia delle coorti più giovani non è ancora completata. Da notare che dall'indagine Inf2 conosciamo esattamente i tempi di verifica di tutti gli eventi (passaggi di stadio, nascita dei figli), per cui siamo in grado di determinare (tramite specifiche procedure) in maniera precisa anche il numero di soggetti a rischio per ogni periodo.

Nei sistemi con più stati coniugali non è necessario disporre di serie aggiuntive di tassi di transizione. Questo perché nel modello con dipendenza dalla durata del matrimonio il passaggio da una dimensione coniugale a quella adiacente (per esempio dalla durata 9 al tempo t alla durata 10 a $t+1$) dipende solo dai tassi di sopravvivenza, e da quelli di divorzialità+vedovanza. Nel modello con dipendenza dall'età al matrimonio e dalla durata del matrimonio, invece, lo stato di destinazione (a seguito della transizione dallo stato adulto) è

definitivo, ed è prevista l'uscita dallo stesso solo a seguito del passaggio verso lo stato residuale (vedovanza+divorzio) o del decesso.

2.2 Un sommario esame dei dati dell'inf2e la specificazione di alcune classificazioni

La recente indagine sulla fecondità in Italia (De Sandre e al., 1997) si basa su un campione di 6030 individui intervistati nel corso del 1995 e appartenenti alla coorte di nati dal 1946 al 1975. Di essi noi limitiamo la nostra attenzione alle 4824 femmine (80%). Dato che alcune delle donne intervistate si trovano nelle coorti più giovani, non per tutte si registrano gli eventi di nostro interesse (transizione verso lo stato adulto, inizio unione, fecondità), enucleati in precedenza ai punti a), b) e d). Prima di procedere con le stime è necessario definire esattamente cosa si intende, alla luce dei dati disponibili, per transizione verso lo stato adulto e per inizio unione.

In mancanza di altri elementi di giudizio, possiamo identificare la transizione verso lo stato adulto con il verificarsi del primo dei seguenti eventi: fine degli studi, uscita dalla famiglia di origine o raggiungimento dei 35 anni. Per nostra ipotesi la transizione allo stato adulto non può comunque realizzarsi prima dei 15 anni (essendo 16 l'età minima legale al matrimonio), né dopo i 35. Secondo tale definizione, e considerando le restrizioni temporali citate, diventano adulte 4427 donne (91,8%).

Lo status di coniugata può essere raggiunto solo dalle donne adulte. In coerenza con Billari e al. (1999), considereremo come coniugate le donne che sono entrate in un'unione (indipendentemente dall'eventuale matrimonio). Nel proseguo del presente lavoro, allora, i termini coniugata, unita o sposata verranno usati come sinonimi.

Delle 4427 adulte, si sposano in 3392. Il tempo esatto dell'unione è conosciuto solo per 3344 di queste. Per le altre 48 effettuiamo la ripartizione in proporzione rispetto ai tempi noti. L'87,1% (2953) delle donne coniugate fa almeno un figlio. Il numero complessivo di figli messi al mondo nell'intero arco della vita riproduttiva è pari a 5565. Tale misura grezza di fecondità verrà successivamente disaggregata in funzione della coorte di origine.

Lo stadio residuo (vedova + divorziata) viene raggiunto a causa del divorzio o della morte del coniuge. Si tratta dello stato terminale, nel senso che si può uscire dallo stesso solo a seguito del decesso.

2.3. La definizione degli scenari

Secondo i dati dell'Inf2 (De Sandre e al., 1997) nel passaggio dalle coorti più anziane a quelle più giovani si assiste ad un notevole processo di ritardo nella transizione verso lo stato adulto. Per studiare le implicazioni di questa dinamica sulle misure di fecondità e in generale sulla struttura per età della popolazione, nelle simulazioni che seguiranno confronteremo sistematicamente tra loro (per ciascuno dei tre modelli introdotti) i risultati di due diversi scenari: lo scenario base (*benchmark*) e quello alternativo (*alternative*). Tutti i tassi dello scenario base vengono stimati dai dati sulle coorti più anziane (1946 - 60), mentre l'unica differenza che si riscontra per quello alternativo riguarda i tassi di transizione verso lo stato adulto (stimati in quest'ultimo caso con i dati sulle coorti 1961 - 75). Il Grafico 1 riporta i tassi di transizione verso lo stato adulto nei due scenari: l'età media alla transizione è di 17,77 anni in quello base e di 21,34 anni in quello alternativo.

Il Grafico 2 rappresenta invece misure comuni a *benchmark* e a *alternative*: i tassi di transizione verso lo stato coniugale delle adulte e i tassi di fecondità delle coniugate (entrambi calcolati in base all'età anagrafica). Come abbiamo visto sopra, i tassi di fecondità per età sono importanti solo nel modello con dipendenza (della fecondità) dall'età. Nel modello con dipendenza dalla durata vengono sostituiti dai tassi di fecondità calcolati sulle stesse coorti,

ponendo come ottica di rilevazione la durata del matrimonio. Il Grafico 3 in particolare riporta il TFT (generazionale) delle coniugate condizionato alla durata del matrimonio. Notare che i coniugati da lunga data (almeno 20 anni) nella loro storia feconda mettono al mondo due figli, raggiungendo il livello di rimpiazzo. Questo dato tuttavia sovrastima il TFT della popolazione totale, per due ragioni. In primo luogo perché considera solo le coniugate e non tutte le donne sono necessariamente sposate (si pensi a quelle con età anagrafica al di sotto di 16 anni, che non possono iniziare alcuna unione per legge). In secondo luogo perché una storia di fecondità del genere vale solo per le donne che diventano congiunte in età piuttosto giovani. Se una inizia l'unione a 35 anni, per esempio, contribuirà alla storia feconda solo per i 15 successivi, dato che assumeremo che non è più possibile mettere al mondo figli oltre l'età anagrafica di 50 anni. Anche la mortalità ha un suo effetto, ancorché residuale.

Il più completo modello che abbiamo adottato è quello con tassi di fecondità differenziati per età di passaggio verso lo stato di coniugata e per durata del matrimonio. Nel Grafico 4 il TFT (generazionale) delle coniugate per durata del matrimonio (vedi Grafico 3) è disaggregato in funzione dell'età al matrimonio stesso. Da notare che le donne che si sposano prima (dai 16 ai 20 anni) nell'intero arco della loro vita riproduttiva mettono al mondo (in media) circa 2,5 figli. Quelle che si sposano dai 21 ai 25 anni mettono al mondo 2 figli (corrispondenti al livello di rimpiazzo), quelle che diventano coniugate in un'età più avanzata si limitano a 1,7 figli (perché l'età anagrafica fa sentire il suo peso). Dal Grafico emerge in maniera molto chiara che il semplice ritardo nell'ingresso all'interno dello stato coniugale (causato da una dilazione nel passaggio allo stato adulto) comporta una sensibile riduzione della fecondità. Questo aspetto verrà ripreso nel Paragrafo 8, dove esamineremo nel dettaglio la relazione tra TFT e età al matrimonio, valutando l'adattamento di tipo lineare dello scatter ai dati.

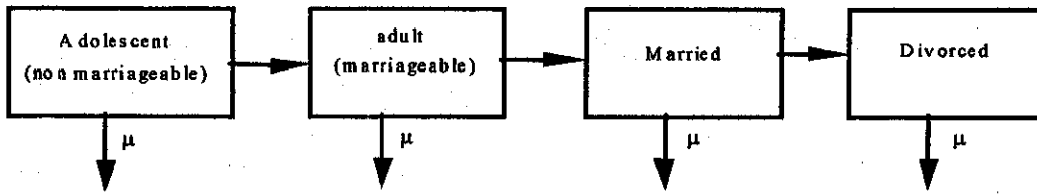
3. Il modello con fecondità dipendente dalla sola età anagrafica

Nel Paragrafo precedente abbiamo affrontato il problema della stima dei tassi di transizione e di fecondità, a partire dai dati dell'indagine Inf2 sulle famiglie italiane. Abbiamo anche accennato al fatto che utilizzeremo come struttura per età di partenza per le nostre simulazioni quella femminile residente in Italia alla data del censimento 1991, integrata da alcune informazioni reperibili dalla struttura stazionaria corrispondente ai tassi di transizione e di mortalità stimati. Questo aspetto verrà esaminato diffusamente nel Paragrafo 6.

E' giunto ora il momento di esaminare nel dettaglio la procedura iterativa di calcolo necessaria per l'effettuazione delle previsioni demografiche data la struttura di partenza e i tassi di transizione stimati. Più che alle previsioni, nel presente lavoro siamo interessati alle strutture ergodiche. Ciò significa che non limiteremo le nostre proiezioni al breve periodo, ma che ripeteremo l'iter di calcolo per un elevato numero di anni, in modo che la struttura per età raggiunga il suo stato stabile. Qualora al numero di nascite stimato per ogni anno (calcolato sulla base dei tassi di fecondità applicati alla popolazione coniugata media "a rischio") si sostituisca un valore costante (per esempio 1 o 100.000) otterremo la struttura stazionaria in luogo di quella stabile.

Iniziamo con il presentare le equazioni di evoluzione del modello più semplice, quello a quattro stadi consequenziali e irreversibili. Per chiarezza riportiamo nella Figura 1 lo schema completo del modello stesso, riprendendolo direttamente da Manfredi e Billari (1997).

Figura 1. Il modello con fecondità dipendente dall'età anagrafica



Come si vede dalla Figura, è previsto il passaggio dallo stato giovane (Adolescent) a quello adulto (adult) e da quest'ultimo a quello coniugale (Married). Lo stato residuale (Divorced, a cui devono però essere aggiunte le vedove, come nostra miglioria rispetto al lavoro originale) è quindi raggiungibile solo per coloro che transitano nello stato di coniugati. Il decesso può essere sperimentato con la stessa probabilità (μ , funzione dell'età anagrafica) in qualunque stadio. Da notare che tale sistema è chiuso all'immigrazione internazionale: un possibile sviluppo futuro potrebbe essere l'estensione a flussi esogeni di ingresso, in uno qualsiasi degli stadi.

Posto $i=1,2,3,4$, definiamo come $G_i(x)$ il numero di soggetti nello stadio i in età x . In particolare $i=1$ per i giovani, $i=2$ per gli adulti, $i=3$ per i coniugati, $i=4$ per i divorziati.

Il numero di donne all'interno dello stadio i in età $x+1$ (al tempo $t+1$) dipende:

- dal numero di donne nello stesso stadio in età x (al tempo t)
- dal numero di ingressi dallo stadio precedente $[I_{i-1}(x,t)]$ in età da x a $x+1$ (nel periodo $t, t+1$)
- dal numero di decessi nello stesso stadio in età da x a $x+1$ (nel periodo $t, t+1$) che si verificano al tasso $d(x)$, comune per tutti gli stadi (nell'ipotesi di inesistenza di mortalità differenziale)
- dal numero di uscite verso lo stadio successivo $[I_i(x,t)]$ in età da x a $x+1$, che si verificano al tasso $a_i(x)$

La consequenzialità degli stadi costituisce una notevole semplificazione rispetto ai modelli a più dimensioni di tipo generale, si veda per esempio Willekens and Drewe (1984) per un contesto multiregionale, in quanto consente di ottenere la popolazione appartenente a ciascun gruppo senza dover necessariamente ricorrere al calcolo matriciale. Ricordando che i tassi di transizione e di mortalità sono costanti nel tempo, possiamo formalizzare il legame per mezzo della seguente relazione:

$$G_i(x+1, t+1) = G_i(x, t) - [G_i(x, t) + G_i(x+1, t+1)] \left[\frac{a_i(x)}{2} + \frac{d(x)}{2} \right] + I_{i-1}(x, t) \quad [1]$$

ove:

$$I_i(x, t) = [G_i(x, t) + G_{i+1}(x+1, t+1)] \frac{a_i(x)}{2} \quad [2]$$

Notare che $I_1(x, t)=0$, ovvero che non vi sono ingressi esogeni nello stato giovane. Questo ad eccezione dell'età 0 (come vedremo sotto). Notare inoltre che $I_4(x, t)=0$, ovvero che si esce dall'ultimo gruppo (vedove e divorziate) solo per effetto della mortalità.

Risolvendo l'equazione [1] per $G_i(x+1, t+1)$ otteniamo:

$$G_i(x+1, t+1) = G_i(x, t) \frac{1 - \frac{a_i(x)}{2} - \frac{d(x)}{2}}{1 + \frac{a_i(x)}{2} + \frac{d(x)}{2}} + \frac{I_{i-1}(x, t)}{1 + \frac{a_i(x)}{2} + \frac{d(x)}{2}} \quad [3]$$

che è l'equazione di base per il nostro sistema di previsione demografico. Alla [3] è necessario aggiungere le condizioni di partenza, ovvero la struttura iniziale della popolazione. Per noi si tratterà delle residenti al Censimento del 1991. Notare poi che $G_2(0,t+1)=0$, $G_3(0,t+1)=0$ e $G_4(0,t+1)=0$ indipendentemente dall'anno di riferimento.

Ricordando la dipendenza dei tassi di fecondità delle coniugate dalla sola età anagrafica, il numero di giovani al tempo $t+1$ sarà calcolabile come:

$$G_1(0,t+1) = \left[\frac{1 - \frac{d(0)}{4}}{1 + \frac{d(0)}{2}} \right] \sum_{x=15}^{50} fc(x) \left[\frac{G_3(x,t) + G_3(x+1,t+1)}{2} \right] \quad [4]$$

ove $fc(x)$ rappresenta il tasso specifico di fecondità (delle coniugate) in età x (costante nel

corso del tempo). Il fattore $\frac{1 - \frac{d(0)}{4}}{1 + \frac{d(0)}{2}}$ esprime la probabilità di sopravvivenza alla fine

dell'anno per le nate nel periodo da t a $t+1$. Dalla [4] emerge implicitamente che la fecondità illegittima è esclusa dal modello in esame. Si tratta di una limitazione di importanza limitata, in quanto in Italia questo fenomeno non è al momento molto radicato³. L'implementazione iterativa delle equazioni da [1] a [4] per un sufficiente numero di anni (per esempio 150) ci consente di ottenere la struttura stabile. Queste operazioni sono realizzate automaticamente tramite una specifica routine VBA di Excel.

Qualora si voglia procedere alla determinazione via simulazione della struttura stazionaria in luogo di quella stabile, basta sostituire all'equazione [4] la seguente:

$$G_1(0,t+1) = \frac{1 - \frac{d(0)}{4}}{1 + \frac{d(0)}{2}} B \quad [4 \text{ bis}]$$

per l'intero periodo di proiezione. B costituisce la "radice" della tavola, ovvero il numero costante di nascite che si genera indipendentemente dai coefficienti di fecondità stimati.

Considerare per inciso che la determinazione della struttura per età stazionaria associata ai tassi di transizione stimati viene effettuata in linea teorica agendo direttamente sui soli tassi di transizione. Una operazione del genere risulta però onerosa quando si opera con più di una dimensione, e estremamente difficile quando le dimensioni salgono a 28 (come nei due modelli che seguono) o più. Essenzialmente per questa ragione si ricorre all'espedito della determinazione della struttura stazionaria per via simulativa, partendo da una qualsiasi configurazione iniziale della popolazione e lanciando la procedura iterativa di calcolo (integrata dalla condizione che il numero di nascite rimanga sempre costante) per un periodo di almeno 100 anni (in cui la popolazione "dimentica" la struttura per età iniziale).

Per esempio nel caso del modello precedente possiamo partire da una qualsiasi struttura iniziale e ripetere per 150 volte consecutive le equazioni [1], [2], [3] e [4 bis], ove $t=0, 1, 2, \dots, 150$. Come abbiamo già accennato, e come riprenderemo nel Paragrafo 6, la determinazione della struttura stazionaria ci è utile per disaggregare la popolazione di partenza per strato qualora le fonti anagrafiche non ci consentano di reperire questi dati.

³ Ricordare inoltre che tra il gruppo delle "coniugate" sono comprese le unioni di fatto.

4. Il modello con fecondità dipendente dalla sola durata del matrimonio

Il modello precedente, pur abbastanza realistico, si presta ad alcune critiche. La più rilevante riguarda il fatto che vincola i tassi di fecondità delle coniugate alla sola età anagrafica, indipendentemente dalla data del matrimonio. Come abbiamo ampiamente commentato in precedenza, questa semplificazione è senz'altro irrealistica, perché non tiene conto delle attese di fecondità delle donne, che si possono estrinsecare in un periodo di tempo più o meno limitato a seconda della durata del matrimonio, e che sono (in parte) svincolate dall'età anagrafica.

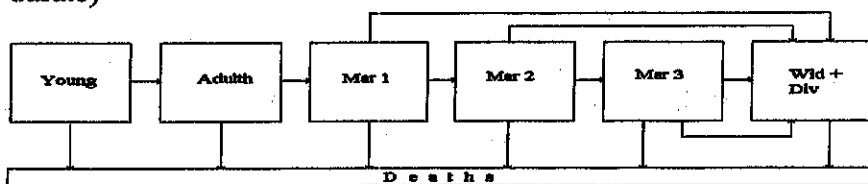
Per inglobare questo ulteriore aspetto nel modello abbiamo dovuto calcolare i tassi di fecondità per durata dell'unione, e quindi disaggregare lo status coniugale in 25 gruppi (da 0 a 24 e più anni), rappresentanti ciascuno le diverse durate del matrimonio. Dato che l'età minima all'unione è di 16 anni, la suddivisione in 25 diversi gruppi di durata è senz'altro più che sufficiente (Infatti oltre i 40 anni di età la fecondità diventa meno rilevante). In altri termini il nostro nuovo sistema di previsione sarà caratterizzato da un doppio tipo di conteggio del tempo: mentre i tassi di fecondità dipendono dalla durata del matrimonio le altre transizioni (verso lo status di deceduto, verso lo stato adulto, verso quello di coniugato e verso quello residuale) continuano ad essere legate all'età anagrafica.

Disponendo ora di 25 stati coniugali, oltre che di quello giovane, di quello adulto e di quello residuale, il modello risulterà di 28 dimensioni. Il sistema continuerà ad essere di tipo irreversibile (non si può tornare indietro), e sarà anche consequenziale, nel senso che l'unico tipo di passaggio consentito è da uno stadio a quello adiacente (per es. non si può passare da un anno all'altro da giovani a neo-coniugati, né da coniugati da 2 anni a coniugati a 5 anni). Resta comunque possibile passare da qualsiasi stadio coniugale verso il gruppo di vedovi+divorziati.

Da notare che nel caso più consueto la transizione da un gruppo coniugale al successivo si verificherà automaticamente anno per anno, salvo tre eccezioni. La prima è rappresentata dal decesso, la seconda dal raggiungimento dei 25 anni di durata del matrimonio (oltre il quale si rimane all'interno dello stesso gruppo, definibile quindi come residuale dei coniugati), la terza dal divorzio (o dalla vedovanza), nel qual caso si ha il passaggio diretto verso il gruppo residuale (vedovi+divorziati), che è anche quello terminale nel senso che non si può uscire dallo stesso se non per decesso.

Per comprendere a fondo la logica del modello si esamini la Figura 2, da cui emergono i tipi di transizioni possibili (per un sistema semplificato con soli 3 gruppi coniugali) e si confronti con quella più semplice del caso precedente (Figura 1).

Figura 2. Il modello con fecondità dipendente dalla durata del matrimonio (con tre possibili durate)



Ritornando al modello generale, per esaminare le equazioni di evoluzione definiamo con G i giovani, con A gli adulti, con C_i i coniugati con durata del matrimonio i ($i = 0, 1, \dots, 24$; dove C_{24} riporta le donne sposate da almeno 24 anni); e con D i soggetti nella classe residuale (vedovi e divorziati). I tassi di transizione dallo stato giovane a quello adulto sono indicati con $a(x)$; quelli dallo stato adulto allo stato coniugato come $c(x)$; quelli dallo stato coniugato allo stato di vedovo e divorziato come $v(x)$ e infine i tassi di mortalità sperimentati in un qualsiasi

stato sono indicati come $m(x)$. I tassi di fecondità per durata del matrimonio sono definiti come $f(i)$, ove i è la durata dell'unione (variabile da 0 a 24 e più anni).

Le giovani che al tempo t si trovano in età $x+1$ sono pari a:

$$G(x+1, t+1) = G(x, t) \frac{1 - \frac{a(x)}{2} - \frac{m(x)}{2}}{1 + \frac{a(x)}{2} + \frac{m(x)}{2}} \quad [5]$$

I passaggi nello stato adulto in età da x a $x+1$ ($x \geq 14$) nel periodo da t a $t+1$ sono calcolabili come⁴:

$$IA(x, t) = \frac{a(x)}{2} [G(x, t) + G(x+1, t+1)] \quad [6]$$

Gli adulti in età $x+1$ sono quindi:

$$A(x+1, t+1) = A(x, t) \frac{1 - \frac{c(x)}{2} - \frac{m(x)}{2}}{1 + \frac{c(x)}{2} + \frac{m(x)}{2}} + \frac{IA(x, t)}{1 + \frac{c(x)}{2} + \frac{m(x)}{2}} \quad [7]$$

Gli adulti in età x sono "a rischio" di contrarre matrimonio, e quindi di entrare nello status di coniugati a durata 0 l'anno successivo (in età $x+1$). Le donne che effettivamente si sposano in età x sono quindi pari a:

$$IC(x, t) = \frac{c(x)}{2} [A(x, t) + A(x+1, t+1)] \quad [8]$$

Il rispettivo numero di coniugate (età minima 16 anni) con durata inferiore all'anno (C_0) al tempo $t+1$ è pari a ($x+1 \geq 16+i$):

$$C_0(x+1, t+1) = \frac{IC(x, t)}{1 + \frac{d(x)}{2} + \frac{m(x)}{2}} \quad [9]$$

Al tempo $t+1$ coloro che erano già coniugati in anni precedenti e restano ancora coniugate sono indicate dall'equazione [10]. Da notare che passano dallo stato coniugale i ($i=0, 1, 2, \dots, 23$) a $i+1$ automaticamente per effetto dell'incremento di un anno nella durata del matrimonio (con $x+1 \geq 17+i$).

$$C_{i+1}(x+1, t+1) = C_i(x, t) \frac{1 - \frac{d(x)}{2} - \frac{m(x)}{2}}{1 + \frac{d(x)}{2} + \frac{m(x)}{2}} \quad [10]$$

Coloro che al tempo t sono coniugati da almeno 24 anni, restano nello stesso stadio. Per cui per $i=24$ la [10] si trasforma nella seguente:

$$C_{24}(x+1, t+1) = [C_{24}(x, t) + C_{23}(x, t)] \frac{1 - \frac{d(x)}{2} - \frac{m(x)}{2}}{1 + \frac{d(x)}{2} + \frac{m(x)}{2}} \quad [11]$$

Da notare che, nelle relazioni da [8] a [11], e nel generico stadio i , l'età $x+1$ deve essere uguale o superiore rispetto a $16+i$. Questo perché l'età minima legale al matrimonio è di 16 anni⁵. Per esempio il gruppo di durata da 5 a 6 anni ($i=5$) è composto da soggetti che hanno come minimo 21 anni (coloro che si sono sposati a 16).

⁴ Notare che è possibile che vi siano (durante l'anno t) transizioni allo stato adulto a 14 anni, ma a condizione che a $t+1$ le donne in oggetto raggiungano i 15 anni, ovvero l'età minima imposta.

⁵ Sono possibili ingressi nello stato coniugale a 15 anni ($x=15$), a condizione che alla fine dell'anno la donna raggiunga i 16 anni, ovvero l'età minima legale al matrimonio.

Ciò significa che per $x < 16+i$, $C_i(x, t+1) = 0$. Da ciò consegue che vi saranno molte celle del sistema di previsione vuote.

Una volta nota la popolazione presente in ogni status coniugale a t e a $t+1$, è possibile definire il numero di passaggi verso lo stato residuale (vedovanza e divorzio) all'età x :

$$ID(x, t) = \frac{d(x)}{2} \sum_{i=0}^{24} [C_i(x, t) + C_i(x+1, t+1)] \quad [12]$$

Lo stock di permanenze in tale stato in età $x+1$ (al tempo $t+1$) è pari a:

$$D(x+1, t+1) = D(x, t) \frac{1 - \frac{m(x)}{2}}{1 + \frac{m(x)}{2}} + \frac{ID(x, t)}{1 + \frac{m(x)}{2}} \quad [13]$$

A questo punto non resta altro che calcolare la popolazione giovane in età da 0 a 1 anno (per l'anno $t+1$), che costituisce l'anello di collegamento tra due anni di proiezione adiacenti. Come si vede dall'equazione [14] questa è pari alle sopravvivenze delle nate durante l'anno t , a sua volta funzione della durata del matrimonio.

$$G(0, t+1) = \frac{1 - \frac{m(0)}{4}}{1 + \frac{m(0)}{2}} \left[\sum_{i=0}^{24} \frac{f(i)}{2} \left[\sum_{X=16+i}^{50} C_i(x, t) + C_i(x+1, t+1) \right] \right] \quad [14]$$

Notare che i tassi specifici di fecondità per la generica durata i del matrimonio - $f(i)$ - vengono applicati a tutte le donne coniugate indipendentemente dall'età anagrafica fino al limite di 51 anni (oltre il quale, per fattori biologici, le donne non possono più mettere al mondo figli).

Conosciuti i tassi di transizione, è possibile procedere in maniera molto semplice alla determinazione della struttura per età stazionaria corrispondente iterando per un certo numero di anni (per esempio 150) le equazioni da [5] a [13], integrandole con la [4 bis] ($t=1, 2, 3, \dots, 150$) in luogo della [14], e ponendo $B=100.000$.

5. Il modello con fecondità dipendente dall'età al matrimonio e dalla durata del matrimonio

Come accade per il sistema a 4 dimensioni, anche il modello discusso nel precedente Paragrafo è criticabile per quanto concerne la previsione della fecondità. Lo stesso lega infatti i tassi di fecondità alla sola durata del matrimonio, indipendentemente dall'età anagrafica del soggetto (tenendo però conto dei limiti biologici). In altri termini ipotizza, per esempio, che una donna di 20 anni (sposata a 18) abbia la stessa propensione a mettere al mondo figli di una di 40 anni (sposata a 38).

Per evitare critiche da questo punto di vista è sufficiente ancorare i tassi di fecondità congiuntamente alla durata del matrimonio e all'età anagrafica di ingresso nello stato coniugale. Dal punto di vista tecnico risulta ancora possibile calcolare i tassi di fecondità per età (come nel caso del Paragrafo 3), ma è necessario disaggregarli in base all'età di ingresso nello status coniugale.

Tutti gli altri tassi di transizione dipenderanno ancora dall'età anagrafica.

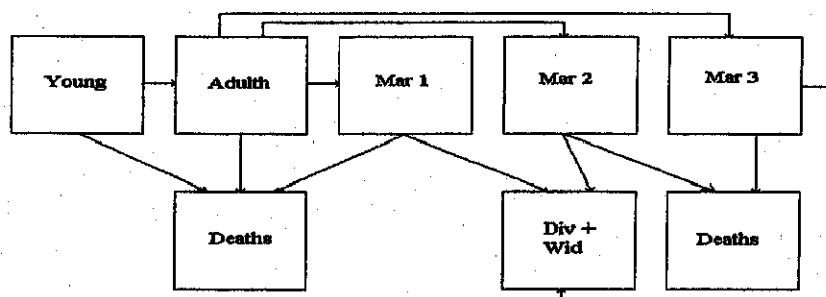
Prima di presentare le relazioni formali del modello è necessario precisare che per età al matrimonio non si intende l'età anagrafica al momento della celebrazione, ma quella raggiunta al 31/12 dell'anno in cui la celebrazione stessa è avvenuta. Questa semplificazione

rispetto al ricorso al puro concetto anagrafico si è resa necessaria in considerazione del fatto che il modello discreto rende possibile operare solo su dati trasversali, perdendo la dimensione longitudinale. Il sistema multistato di Willekens and Drewe (1984) e la versione lineare di quello di Van Imhoff and Keilmann (1992) si basano su ipotesi molto simili alle nostre.

In ogni caso continueremo per semplicità a definire come sposata all'età i una donna che in realtà raggiunge l'età i solo al 31/12 dell'anno di matrimonio, e che quindi in teoria può essersi sposata anche prima⁶ (all'età $i-1$).

Come già notato nell'introduzione, il modello risultante da questo ulteriore affinamento è simile a quello del paragrafo precedente, in quanto continua a essere a 28 stadi (giovani, adulti, 25 di coniugati, vedovi+divorziati) irreversibili. Tuttavia perde la caratteristica di consequenzialità (se si esclude il passaggio da giovani a adulti). Questo perché ogni stadio coniugale non risulta più transitorio (occupato al massimo per un anno), ma diviene tendenzialmente definitivo (fino al decesso, e a meno di divorzio o vedovanza). Per avere un'idea visiva delle peculiarità di questo nuovo modello, considerare il sistema con 3 soli stati coniugali riportato nella Figura 3.

Figura 3. Il modello con fecondità dipendente dall'età al matrimonio (per 3 possibili gruppi) e dalla durata del matrimonio



Le differenze principali rispetto alla Figura 2 del Paragrafo 4 (anch'essa costruita facendo riferimento a 3 soli stati coniugali) sono le seguenti:

- Non si riscontra il passaggio dallo status coniugale 1 verso il 2 e dal 2 verso il 3, ma si esce da ogni gruppo di coniugati solo a seguito di divorzio (e vedovanza) o decesso.
- E' possibile il passaggio da adulto ad un qualsiasi gruppo di coniugati, e non solo al gruppo 1

Risulta ora di interesse esaminare le equazioni di evoluzione di questo modello. Per semplicità espositiva manteniamo la stessa simbologia del Paragrafo precedente. Definiamo quindi con $G(x)$, $A(x)$ e $D(x)$ rispettivamente le giovani, le adulte e le vedove e divorziate in età x (ad un certo tempo t). Definiamo inoltre come $C_i(x)$ le donne in età ($x \geq i$) che alla fine dell'anno in cui si sono sposate hanno età i .

Le procedure di calcolo del numero di giovani in qualunque età (al tempo $t+1$), del numero di passaggi verso lo stato adulto in età x (dal tempo t a $t+1$) e del numero di adulte in qualunque età sono comuni al sistema di previsione del paragrafo precedente, a cui si rimanda (vedi equazioni [5], [6] e [7]).

⁶ Da questo consegue anche che sono ammesse le unioni al di sotto del minimo legale (cioè a 15 anni), purché la donna in oggetto raggiunga lo stesso (16 anni) entro la fine dell'anno in cui si verifica la transizione.

Le adulte che al tempo t si trovano in età $i-1$ (≥ 15) e si sposano durante quell'anno⁷ sono pari a:

$$IC(i-1, t) = \frac{c(i-1)}{2} [A(i-1, t) + A(i, t+1)] \quad [15]$$

con $i=15, 17, \dots, 39$. Quelle che, tra esse, sono ancora coniugate a $t+1$ (in età i) assommano a:

$$C_i(i, t+1) = \frac{IC(i-1, t)}{1 + \frac{d(i-1)}{2} + \frac{m(i-1)}{2}} \quad [16]$$

All'interno dello stesso gruppo coniugale (i), ma nelle età più avanzate ($x+1 > i$), permangono le sopravvivenenti delle donne che alla fine dell'anno in cui si sono sposate si trovano in età i . Il loro numero è calcolabile come:

$$C_i(x+1, t+1) = C_i(x, t) \frac{1 - \frac{d(x)}{2} - \frac{m(x)}{2}}{1 + \frac{d(x)}{2} + \frac{m(x)}{2}} \quad [17]$$

Ovviamente per $x+1 < i$ $C_i(x+1) = 0$.

Coloro che al 31/12 dell'anno di matrimonio hanno 40 anni e oltre vengono incluse in uno stesso gruppo di coniugate C_{40} , che presenta tassi di fecondità stimati molto bassi. Per queste coorti le equazioni [15], [16] e [17] non valgono e devono essere sostituite dalle seguenti (con $x+1 \geq 40$):

$$IC(x, t) = \frac{c(x)}{2} [A(x, t) + A(x+1, t+1)] \quad [18]$$

I soggetti in età $x+1$ a $t+1$ sono:

$$C_{40}(x+1, t+1) = \frac{IC(x, t)}{1 + \frac{d(x)}{2} + \frac{m(x)}{2}} + C_{40}(x, t) \frac{1 - \frac{d(x)}{2} - \frac{m(x)}{2}}{1 + \frac{d(x)}{2} + \frac{m(x)}{2}} \quad [19]$$

Chiaramente quando $x = 40$ il termine di destra della [19] scompare.

Le donne coniugate a qualunque età sono sottoposte al rischio di vedovanza (e di divorzio). Il numero eventi relativi è determinabile sulla base dell'equazione [12], considerando come sommatoria di i i valori $i=16, 17, \dots, 40$. Le donne che al tempo $t+1$ (in età $x+1$) si trovano nella classe residuale sono ricavate tramite la [13].

Il calcolo del numero di figlie messe al mondo nell'anno t differisce da quello dell'equazione [14]. Questo perché, come noto, i tassi di fecondità dipendono congiuntamente dall'età anagrafica e dalla durata del matrimonio (esprimibile come differenza tra l'età e la data di ingresso nello status coniugale). Il numero di giovani che a $t+1$ si trovano in età da 0 a 1 anno è quindi pari a:

$$G(0, t+1) = \frac{1 - \frac{m(0)}{4}}{1 + \frac{m(0)}{2}} \sum_{i=16}^{40} \sum_{x=i}^{50} \frac{f_i(x)}{2} [C_i(x+1, t+1) + C_i(x, t)] \quad [20]$$

Consideriamo ancora una volta che è possibile determinare in modo molto semplice la struttura stazionaria corrispondente ai tassi di transizione e di fecondità stimati per questo modello utilizzando iterativamente (per esempio lungo un sentiero temporale di 150 anni,

⁷ Notare che nel modello è possibile, contrariamente alle disposizioni di legge, un matrimonio a 15 anni durante l'anno t . Questo a condizione che la donna (se sopravvivenente, anche se già divorziata o vedova) alla fine dell'anno abbia 16 anni.

posto $t=0, 1, 2, 3, \dots, 150$) le equazioni da [5] a [7] e da [15] a [20], integrate dalla [4 bis] in luogo della [20] (posto $B = 100.000$). Tutte le routines sono implementate per mezzo di uno specifico programma VBA per Excel.

6. La popolazione stazionaria associata ai tassi di transizione (stimati per lo scenario *benchmark*)

L'ammontare della popolazione e la relativa struttura per età per di ciascuno dei modelli esaminati nei paragrafi precedenti nel lungo periodo dipendono congiuntamente dall'azione dei tassi di transizione da uno stato all'altro e di quelli di fecondità. Vogliamo ora esaminare le conseguenze sulla composizione della popolazione associate all'ipotetica situazione in cui il numero di figlie messe al mondo per ogni anno compensi esattamente i decessi registrati in quell'anno (indipendentemente dai tassi di fecondità stimati). In altri termini in questa sede vogliamo determinare la struttura di lungo termine emergente da ciascuno dei tre modelli quando, in luogo rispettivamente delle equazioni [4], [14] e [20], utilizziamo la [4bis] per il calcolo della popolazione da 0 a 1 anno, considerando B come il numero (costante, ad esempio $B=100.000$) di nascite annuali, detto anche "radice della tavola associata".

Data l'invarianza temporale nel numero di ingressi (per nascite), anche il numero di uscite (per decesso) si modellerà su questo valore, risultandone uguale nel lungo periodo, e rendendo la popolazione stazionaria.

Il fatto che dai nostri dati emerge che la speranza di vita alla nascita è di 79,99 anni implica che una donna viva in media quel numero di anni all'interno della popolazione, ovvero che il numero complessivo di componenti assommi a $79,99 \cdot B$. La popolazione si ridistribuirà nelle varie età in proporzione rispetto alle probabilità di sopravvivenza (determinate a partire dai tassi di mortalità) e nei vari stadi sulla base dei valori assunti dai tassi di transizione.

Utilizzando in particolare i tassi dello scenario *benchmark* otteniamo che vive nello stato giovane il 21,35% della popolazione, in quello adulto il 9,86%, in quello coniugale il 48,51% e in quello residuale il 20,64%. Questo risultato può essere reinterpretato anche in funzione del tempo trascorso da una donna all'interno dei vari stadi. Secondo questa chiave di lettura (comune ai 3 modelli), dei 79,99 anni mediamente vissuti da una generica donna, 17,08 vengono trascorsi nello stato giovane, 7,89 in quello adulto, 38,51 in quello coniugale e gli ultimi 16,51 in quello residuale.

Nel sistema a quattro dimensioni del Paragrafo 3 le coniugate rappresentano un gruppo omogeneo e quindi queste informazioni fotografano in maniera esauriente la realtà. Nei 2 sistemi previsivi successivi, invece, le stesse vengono disaggregate in 25 dimensioni a seconda della durata del matrimonio o dell'età in cui lo stesso è celebrato. Per tali ragioni sono necessarie le informazioni aggiuntive delle Tavole 1 (per il modello con dipendenza da durata) e 2 (per il modello con dipendenza congiunta da durata e età), in cui le dimensioni vengono unite in 5 macro-classi. Per ognuna delle classi riportiamo la composizione percentuale rispetto al totale dei coniugati e il numero medio di anni vissuti dai vari componenti, che complessivamente trascorrono negli stati coniugali 38,52 anni.

Tavola 1. Ripartizione degli stati coniugali nel modello con dipendenza da durata del matrimonio

Durata	Numero medio di anni	Percentali
0 - 4	4,58	11,9
5 - 9	4,23	11,0
10 - 14	3,96	11,3
15 - 19	3,75	9,7
>= 20	22,00	57,1
Totale	38,52	100,0

Tavola 2. Ripartizione degli stati coniugali nel modello con dipendenza dall'età al matrimonio e dalla durata

Età anagrafica	Numero medio di anni	Percentali
16 - 20	13,66	35,4
21 - 24	17,20	44,6
25 - 29	5,17	13,4
30 - 34	1,35	3,5
>= 35	1,14	2,9
Totale	38,52	100,0

Le due Tavole classificano in maniera diversa lo stesso numero assoluto di coniugate: quelle che emergono nel lungo termine dai tassi di transizione stimati nel Paragrafo 2 per lo scenario *benchmark* (coorti di nati nel periodo 1946 - 55) nell'ipotesi di fecondità al livello di rimpiazzo.

La Tavola 1 utilizza come fattore discriminante la durata dell'unione. L'elemento più interessante che appare è il seguente: se una persona si sposa, è estremamente probabile che rimanga coniugata per più di 20 anni. Questo accade infatti per oltre il 57% delle coniugate.

Il "numero medio di anni" è invece una variabile di più difficile interpretazione. Per ogni specifico gruppo esprime il numero medio di anni vissuto in quello status (coniugato da .. anni) dai vari componenti della popolazione. Questa misura, a differenza di quanto abbiamo visto sopra per il modello a quattro dimensioni, non può essere interpretata come numero di anni vissuti *da un generico soggetto* all'interno di quello status, ma come la media per l'intera popolazione. Infatti se un individuo passa dal gruppo coniugale A al B, necessariamente vive 5 anni esatti in A. Si consideri per esempio la classe di durata 10 - 15: se una persona ha accesso al gruppo di durata successivo (da 16 ai 20 anni) *necessariamente* deve sopravvivere al quindicesimo anno di matrimonio, e quindi da 10 a 15 anni di durata del matrimonio *deve* aver speso 5 anni della sua vita. Il fatto che il corrispondente valore della Tavola 1 sia pari a 3,96 significa soltanto che durante il periodo alcuni matrimoni si dissolvono per decesso, divorzio o vedovanza. A ciò si aggiunga che non tutti i componenti della popolazione sono coniugati. Da notare che la probabilità di dissoluzione di un'unione aumenta con il crescere della durata (legata all'età anagrafica) nel range 0 - 20. Per questa ragione si giustifica la riduzione del numero di anni per i gruppi di durata maggiore. Fanno eccezione le persone che hanno raggiunto i 20 anni di matrimonio. In questo caso l'indicatore ritorna ad acquisire il consueto significato: un individuo (in media) trascorre 22 anni nello status di coniugato con durata del matrimonio superiore a 20 anni.

Esaminiamo ora la Tavola 2: essa fa riferimento alla disaggregazione dei coniugati a seconda dell'età a cui il matrimonio è stato celebrato. In questo caso, come abbiamo puntualizzato nel Paragrafo 5, non è possibile spostarsi da uno status coniugale all'altro. Il numero medio di anni perde quindi di significato, ma resta interessante l'esame delle percentuali di coniugati

afferenti alle diverse età al matrimonio. Tali percentuali non si riferiscono al numero di matrimoni celebrati, ma al numero di unioni mediamente in essere nel lungo periodo secondo i dettami della popolazione stazionaria. Dalla tavola risulta che la maggior parte delle coniugate mediamente viventi si sono sposate in età da 21 a 24 anni. Leggermente inferiore è la quota di quelle sposate in età più giovani (16 – 20).

Come più volte ribadito, la ripartizione della popolazione stazionaria nei vari stadi dipende dall'operare congiunto dei tassi di mortalità e di transizione: dallo stato giovane a quello adulto; dallo stato adulto a quello di coniugato e da quest'ultimo a quello di divorziato (o vedovo). Se vogliamo effettuare simulazioni di lungo periodo di strutture reali (secondo i tre modelli introdotti) risulta necessario ricorrere anche alla stima dei tassi di fecondità, che potranno essere funzione della sola età anagrafica, della sola durata del matrimonio o di entrambe i fattori a seconda del modello utilizzato.

Qualora le simulazioni si limitino al breve termine, o quando risulti interessante esaminare la dinamica di raggiungimento dello stato ergodico per alcuni indicatori (quali la popolazione totale e l'età media) diventa necessario disporre anche della popolazione (femminile) di partenza disaggregata per età in ciascuno degli stadi che compone il modello. Mentre non ci sono eccessivi problemi nel reperimento del numero di residenti di sesso femminile disaggregato in classi per età annuali ad una data aggiornata, ottenibile infatti tramite la fonte censuaria, Istat (1996) o quella anagrafica, Istat (1997), risulta estremamente difficile ottenere informazioni in merito alla disaggregazione di ciascuna classe di età nei vari stadi. Questo è già vero nel modello più semplificato (a 4 dimensioni), ma vale a maggior ragione in quelli più complessi (a 28 dimensioni), in cui vengono oltretutto richieste informazioni veramente specifiche (il numero di componenti per ciascuna durata dell'unione, o per ciascuna età di inizio dell'unione). Il problema diventa ancor più complesso se si tiene conto che abbiamo utilizzato criteri del tutto particolari per definire l'appartenenza ai vari stati: giovane, adulto, coniugato, divorziato. Da queste considerazioni emerge l'impossibilità di poter accedere alla reale disaggregazione della popolazione nei vari stadi. Tuttavia ciò non ci impedisce di bypassare l'ostacolo e di fare un'ipotesi abbastanza attendibile, ovvero che la percentuale di componenti afferenti a ciascuno stadio (nell'anno base per le proiezioni) sia (in ogni classe per età) proporzionale rispetto alla corrispondente percentuale che emerge dalla struttura stazionaria (Billari e al., 1999). Il ricorso a classi per età annuali ridurrà al minimo le eventuali distorsioni che potranno implicitamente essere presenti (ma che non sono comunque osservabili, data la mancanza delle informazioni relative). Si ricorda comunque ancora una volta che la struttura ergodica non subirà alcun condizionamento da queste ipotesi, data l'esistenza del più volte citato "teorema della popolazione stabile".

7. La struttura stabile: confronto tra scenario benchmark e alternativo nei tre modelli

Una volta esaminato il fondamento teorico di uno specifico modello di transizione, la determinazione della struttura per età ergodica associata ad un certo set di tassi di fecondità, mortalità e transizione risulta molto semplice. E' infatti sufficiente partire da una qualsiasi struttura per età (per esempio quella del censimento del 1991) e per stadio (sfruttando l'ipotesi di proporzionalità rispetto allo stato stazionario all'interno di ogni classe) e reiterare le equazioni di evoluzione del modello specificato per un numero elevato di anni (per esempio 150, fino al raggiungimento dello stato stazionario).

Nel proseguo del lavoro abbiamo provveduto, tramite questo criterio, a determinare la struttura ergodica per ciascuno dei tre modelli, secondo i patterns sia dello scenario *benchmark* che di quello *alternative*. Ricordando che l'unica differenza tra le due situazioni

riguarda i tassi di transizione verso lo stato adulto, dal confronto saremo in grado di valutare (per ognuno dei tre sistemi di previsione) gli effetti sulla struttura per età derivanti dal processo di ritardo nel passaggio allo stato adulto che si riscontra nelle coorti più recenti rispetto a quelle più anziane, vedi Grafici 5, 6 e 7 e Tavola 3 per il riepilogo di alcune misure di sintesi. Risulterà inoltre interessante esplicitare le differenze tra i tre modelli per ciascuno scenario, come appare nei Grafici 8 e 9.

Dai Grafici 5, 6 e 7 si nota che il ritardo nella transizione verso lo stato adulto che si riscontra nel passaggio dallo scenario base a quello alternativo agisce in maniera sostanzialmente diversa nei tre sistemi di proiezione. Esso comporta infatti una variazione veramente significativa nella struttura per età ergodica del modello con fecondità dipendente dalla sola età anagrafica (Grafico 5). La variazione si riduce quando si passa al modello con fecondità funzione dell'età al matrimonio e della durata dell'unione (Grafico 7) e addirittura viene (quasi) annullata quando la fecondità è funzione della sola durata del matrimonio (Grafico 6).

Pur rimandando ai rapporti di ricerca collegati (Billari e altri, 1999) il commento dei risultati delle simulazioni, ci si permetta tuttavia in questa sede di effettuare alcune considerazioni a carattere molto intuitivo.

L'effetto di ritardo nella transizione allo stato adulto è massimo quando la fecondità dipende dalla sola età anagrafica. Questo perché lo spostamento in avanti dell'età di passaggio allo stato adulto ha come conseguenza il dilazionamento dell'età di ingresso nello status di coniugato, rendendo impossibile "recuperare" in qualche modo sulla fecondità, essendo la stessa dipendente dalla sola età anagrafica.

Nel caso opposto in cui i tassi di fecondità dipendono dalla sola durata del matrimonio il processo di "recupero" si può attuare in modo quasi integrale: anche se una persona nello scenario alternativo si sposa alcuni anni dopo rispetto al comportamento che adotterebbe nello scenario base (a causa del ritardo nella transizione verso lo stato adulto), è in grado di portare avanti lo stesso piano riproduttivo (purché la sua età anagrafica non sia superiore a 50 anni). Quindi secondo questo modello il ritardo nella transizione verso lo stato adulto non comporta alcuna conseguenza di rilievo. Ciò nonostante, lo scenario benchmark non corrisponde integralmente con quello alternative per due ragioni. La prima è che le donne in età avanzata diventano sterili (nel nostro caso al di sopra di 50 anni), la seconda riguarda il fatto che la mortalità nelle età feconde (pur poco significativa) è funzione crescente dell'età anagrafica.

Il terzo tipo di modello esaminato cerca di correggere gli errori insiti nei sistemi con fecondità dipendente dalla sola età anagrafica o dalla sola durata dell'unione. Esso mantiene infatti i tassi di fecondità come funzione dalla durata del matrimonio, ma li disaggrega secondo l'età di ingresso nello status coniugale: in altri termini lega l'età al matrimonio con quella anagrafica. Come del tutto atteso, in questo caso il ritardo nella transizione verso lo stato adulto comporta conseguenze intermedie rispetto alle due situazioni esaminate in precedenza. Infatti l'ingresso in età più avanzata nello stato coniugale non impedisce alla donna di provare ad attuare i suoi piani riproduttivi, ma non le garantisce il raggiungimento del "risultato" se la stessa si sposa ad un'età troppo tarda (in cui la fecondità declina per fattori fisiologici).

Nella Tavola 3, per ciascun tipo di modello, vengono confrontate le principali misure demografiche di sintesi relative ai due scenari: il Tasso di Fecondità Totale (TFT), l'età media, l'Indice di Vecchiaia (rapporto tra la popolazione in età superiore a 64 anni e quella da 0 a 19 anni) e l'Indice di Dipendenza demografica (rapporto tra non attivi – giovani da 0 a 19 anni e anziani oltre 64 anni – e attivi – persone da 20 a 64 anni).

Tavola 3. Misure di sintesi dei due scenari nei tre modelli

Modello con dipendenza dall'età	Benchmark	Alternative
TFT	1,60	1,23
Età media	47,12	52,54
Indice di Vecchiaia	1,59	2,93
Indice di Dipendenza	0,86	0,94

Modello con dipendenza da durata	Benchmark	Alternative
TFT	1,79	1,71
Età media	44,57	45,31
Indice di Vecchiaia	1,20	1,31
Indice di Dipendenza	0,83	0,84

Modello con dipendenza da durata e età	Benchmark	Alternative
TFT	1,74	1,56
Età media	45,32	47,60
Indice di Vecchiaia	1,31	1,67
Indice di Dipendenza	0,84	0,86

La lettura dei dati della tabella conferma le considerazioni che abbiamo fatto in precedenza in merito al diverso impatto che il processo di ritardo nella transizione verso lo stato adulto (ovvero il passaggio dallo scenario *benchmark* a quello *alternative*) ha nei 3 modelli. Ciascuno degli indicatori esaminati può essere considerato come misura di sintesi della struttura per età. Tuttavia, dato che nel lavoro originario di Manfredi e Billari (1997) il processo di ritardo nella transizione verso lo stato adulto è stato studiato al fine di valutare gli effetti sulla fecondità, il più adatto per questo scopo risulta essere il Tasso di Fecondità Totale.

Nel sistema in cui la fecondità dipende dalla sola età anagrafica la dilazione nel passaggio allo stato adulto ha effetti molto significativi sul TFT, facendolo ridurre di 0,37 punti, da 1,60 a 1,23. Nel caso opposto in cui la fecondità è funzione della sola durata del matrimonio gli effetti sono invece molto limitati: l'indice in parola passa infatti da 1,79 a 1,71 riducendosi solo di 0,08 punti. Conseguenze intermedie tra i due estremi ha il modello più completo, in cui i tassi di fecondità continuano a dipendere dalla durata del matrimonio, ma sono disaggregati in funzione dell'età all'unione. In questo caso il TFT si riduce di 0,18 punti, passando da 1,74 a 1,56. Nel prossimo paragrafo utilizzeremo le relazioni approssimate di Inaba (1996) per valutare l'effetto sul TFT derivante dall'innalzamento dell'età media di passaggio allo stato adulto, e vedremo che i risultati che otterremo sono molto simili rispetto a quelli enunciati per il modello con dipendenza da durata e età.

Per quanto riguarda i risultati fino ad ora presentati, rimane da commentare perché i diversi modelli di previsione della fecondità danno luogo a valori molto diversi tra loro, sia per lo scenario base che per quello alternativo (come appare nei Grafici 8 e 9). In particolare bisogna esplicitare le ragioni per le quali la struttura con fecondità dipendente dalla sola durata del matrimonio risulta la più giovane in assoluto, quella con fecondità funzione dell'età anagrafica la più anziana e quella con dipendenza congiunta da durata e età al matrimonio intermedia tra le due.

Il diverso impatto sulla struttura per età dei tre modelli (relativo a ciascuno dei due scenari) dipende proprio dalle assunzioni in merito al comportamento riproduttivo delle coniugate. Se la fecondità dipende dalla sola durata del matrimonio le donne sono svincolate, nei loro piani riproduttivi, dall'età anagrafica, quindi possono sempre mettere al mondo il numero di figli desiderato, anche se si sposano più tardi. Questo comportamento è solo in parte attuato nel modello con dipendenza congiunta da durata e età di ingresso nello stato coniugato, mentre non è per nulla realizzato nel sistema con dipendenza dalla sola età. Infatti in quest'ultimo caso l'eventuale fecondità potenziale che una donna aveva intenzione di sfruttare prima di sposarsi non è più recuperabile. A parità di condizioni il numero di nascite è più alto nel modello con dipendenza da durata, è intermedio in quello con dipendenza congiunta durata-età ed è più basso in quello con dipendenza dalla sola età anagrafica. La variabilità nel numero di nascite ha conseguenze sulle strutture stabili.

8. Variazione tasso di riproduzione mediante la formula approssimata di Henry

Esaminiamo ora la variazione del tasso di riproduzione derivante dal processo di ritardo nella transizione verso lo stato adulto che emerge dall'utilizzo delle relazioni approssimate di Henry, cui si potrebbe ricorrere in alternativa rispetto al calcolo della struttura per età ergodica della popolazione. Queste formule sono utilizzabili come alternativa rispetto al calcolo del dato "esatto" nei due scenari che abbiamo visto nel Paragrafo precedente.

Secondo Henry (1976) ed Inaba (1996) il numero di figli generati da ogni donna può essere determinato come funzione lineare dell'età al matrimonio. Inoltre l'età al matrimonio può essere calcolata come funzione (anch'essa lineare) dell'età di fine degli studi (per l'autore indicatore del passaggio nello stato adulto). L'applicazione di queste relazioni ai dati dell'indagine Inf2 risulta abbastanza critica, per varie ragioni. In primo luogo perché abbiamo utilizzato come indicatore dello stato coniugale la generica unione, e non il matrimonio, inoltre perché abbiamo considerato la fine degli studi come l'evento di passaggio allo stato adulto solo nel caso in cui questa si verifichi prima dell'uscita di casa, e prima di 35 anni. Procediamo comunque all'esplicitazione delle relazioni di Henry e Inaba con riferimento ai nostri dati.

Per evitare problemi di censura informativa limitiamo la nostra attenzione alle 1474 donne con più di 40 anni al momento dell'intervista (appartenenti alle coorti 1946 - 55) per le quali il processo di transizione allo stato adulto è concluso. Ciò nonostante solo 1402 di esse risultano coniugate a tale data. Impostando le regressioni sui dati individuali i risultati che otteniamo non sono soddisfacenti per quanto riguarda l'adattamento delle rette ai due scatter di punti.

Per aumentare la bontà delle stime (senza essere costretti a cambiare in modo significativo il valore dei parametri) possiamo raggruppare i valori seguendo due criteri. Per quanto riguarda la prima regressione (TFT come funzione dell'età all'unione) sostituiamo ai dati individuali le medie del TFT e dell'età all'unione corrispondenti a età all'unione di ampiezza annua (da 16 a 50 anni). In relazione alla seconda regressione (età all'unione come funzione dell'età di ingresso nello stato adulto) utilizziamo le età medie all'unione e di ingresso nello stato adulto corrispondenti a età di ingresso nello stato adulto di ampiezza annua (da 15 a 35 anni).

I nuovi risultati sono più soddisfacenti dal punto di vista dell'adattamento ai dati empirici. Infatti:

$$\text{TFT} = 3,8068 - 0,0769 * \text{T_UNI3} \quad R^2 = 0,7544 \quad [21]$$

$$\text{T_UNI3} = 13,710 + 0,5373 * \text{T_ADULT3} \quad R^2 = 0,9088 \quad [22]$$

E' interessante notare, dalla relazione [22], che che all'aumentare di un anno del tempo di passaggio allo stato adulto (T_ADULT3), il tempo dell'unione (T_UNI3) cresce solo di 0,5373, ovvero meno che proporzionalmente, come in Manfredi and Billari (1997).

L'aumento di un anno dell'età all'unione ha invece come conseguenza una riduzione di 0,0769 punti del TFT (equazione [23]).

Combinando la [21] e la [22] determiniamo che la dilazione di un anno nel tempo di passaggio verso lo stato adulto ha come conseguenza la riduzione di 0,041 (= 0,0769 * 0,5373) punti del TFT, un risultato in linea con quello a suo tempo ricavato da Manfredi e Billari (1997), variabile nel range da 0,03 a 0,04. Come abbiamo visto nel Paragrafo 2, il processo di passaggio verso lo stato adulto per le coorti più giovani è ritardato in media di circa 3,57 anni rispetto a quanto accade per le coorti più anziane (da 17,77 a 21,34 anni). Inoltre solo 1402 donne sulle 1474 esaminate contraggono matrimonio. Tenendo conto di tutte queste variabili possiamo determinare quale è la riduzione attesa del TFT in corrispondenza del processo di ritardo nella transizione verso lo stato adulto o, se si vuole, in corrispondenza del passaggio dallo scenario *benchmark* a quello *alternative* nel senso definito nei precedenti paragrafi. Definiamo tale variabile come ΔTFT (transizione):

$$\Delta\text{TFT (transizione)} = (\text{donne coniugate} / \text{donne totali}) * \Delta \text{TFT (annuo)} * (\text{EM2} - \text{EM1}) \quad [23]$$

ove ΔTFT (annuo) è la variazione del TFT che si riscontra per le coniugate a seguito del ritardo di un anno nella transizione verso lo stato adulto, EM1 e EM2 rappresentano rispettivamente le età medie di passaggio verso lo stato adulto per le coorti anziane e per quelle giovani. Infine il rapporto donne coniugate/donne totali consente di "spalmare" la variazione del TFT registrato per le coniugate sulla popolazione totale. Questo fattore, che esprime la percentuale di donne sposate, è stato definito da Manfredi e Billari (1997) come PEM (Proportion Ever Married).

La [23] ha la seguente corrispondenza numerica:

$$\Delta\text{TFT (transizione)} = 1402 / 1474 * 0,041 * (17,77 - 21,34) = - 0,14 \quad [24]$$

Il risultato [24] vuol dire che il solo processo di ritardo nella transizione verso lo stato adulto in atto nelle coorti più giovani dell'indagine Inf2 comporta una riduzione netta della fecondità di 0,14 punti, pur permanendo i tassi di fecondità invariati.

Tale risultato sostanzialmente coincide con quello riscontrato nel Paragrafo precedente per il modello con dipendenza da durata e età (0,18) a causa del passaggio dallo scenario base a quello alternativo. La coincidenza non è casuale, dato che tale modello sintetizza in maniera abbastanza efficace il complesso dei fattori che nella realtà sono alla base del processo di fecondità (dipendenza congiunta dall'età all'unione e dalla durata del matrimonio). Valori non comparabili con l'approssimazione di Henry si riscontrano invece nel modello con dipendenza da durata (0,08) e in quello con dipendenza dall'età (0,37). Ciò a ulteriore riprova del fatto che il meccanismo di fecondità non dipende solo dall'età anagrafica della donna coniugata, né solo dalla durata del matrimonio, ma dalla combinazione dei due fattori.

Questo ultimo risultato costituisce la risposta al quesito posto al convegno di San Miniato (Pisa, 6 - 9 Giugno 1999) durante la discussione del lavoro preliminare di Billari e al. (1999) in merito alla giustificazione della distanza esistente⁸ tra due diversi metodi di stima della

⁸ Nell'articolo in parola (Billari e al., 1999) il TFT dello scenario base è di 1,84, quello dello scenario alternativo di 1,41. I valori corrispondenti della Tavola 3 (sezione relativa al modello con dipendenza dall'età) sono rispettivamente 1,60 e 1,23. La non coincidenza in tali valori è dovuta al fatto che nel presente scritto abbiamo

variazione del TFT derivante dal processo di ritardo nella transizione verso lo stato adulto. Il primo metodo sfruttava le relazioni lineari, e l'altro la differenza tra i valori del TFT emergenti dalle relative strutture ergodiche calcolate secondo lo scenario *benchmark* e quello *alternative*.

9. Conclusioni

Il presente rapporto si occupa di problemi empirici connessi con l'utilizzo di modelli continui con durata multipla. Nel corso del lavoro abbiamo infatti sviluppato l'originario modello continuo, e lo abbiamo convertito in forma discreta, disaggregandolo in tre diversi sistemi di proiezione demografica, basati su tre ipotesi alternative in merito alla fecondità. Nel primo caso (c.d. con dipendenza dall'età) abbiamo assunto che i tassi di fecondità fossero funzione dell'età anagrafica delle coniugate, nel secondo (con dipendenza dalla durata) abbiamo ipotizzato che gli stessi fossero funzione della sola durata del matrimonio, e nel terzo, infine, (con dipendenza da età e durata) che dipendessero congiuntamente dall'età anagrafica e dalla durata del matrimonio.

I diversi sistemi sono stati messi a punto per valutare, via simulazione, l'effetto sulle strutture per età di lungo periodo del processo di ritardo nella transizione verso lo stato adulto, in atto nella popolazione femminile italiana per le coorti più giovani. A tale scopo le simulazioni (per ciascun modello) sono state realizzate sotto due diversi scenari: *benchmark* e *alternative*, in cui l'unica differenza tra uno scenario e l'altro riguarda i tassi di passaggio verso lo stato adulto. Dai risultati del confronto abbiamo notato che il ritardo nella transizione verso lo stato adulto è tanto minore per quanto più la fecondità risulta legata alla durata del matrimonio, ma è contemporaneamente tanto maggiore per quanto più la stessa dipende dall'età anagrafica del soggetto.

Limitando la nostra attenzione al solo modello con dipendenza da età e durata (il più verosimile) abbiamo anche visto che la variazione del TFT stimata attraverso il confronto tra i due scenari è molto simile a quella che emerge dalla reazione (approssimata) in cui l'indicatore di fecondità è funzione (lineare) dell'età al matrimonio e quest'ultima è a sua volta dipendente linearmente dall'età di ingresso nello stato adulto.

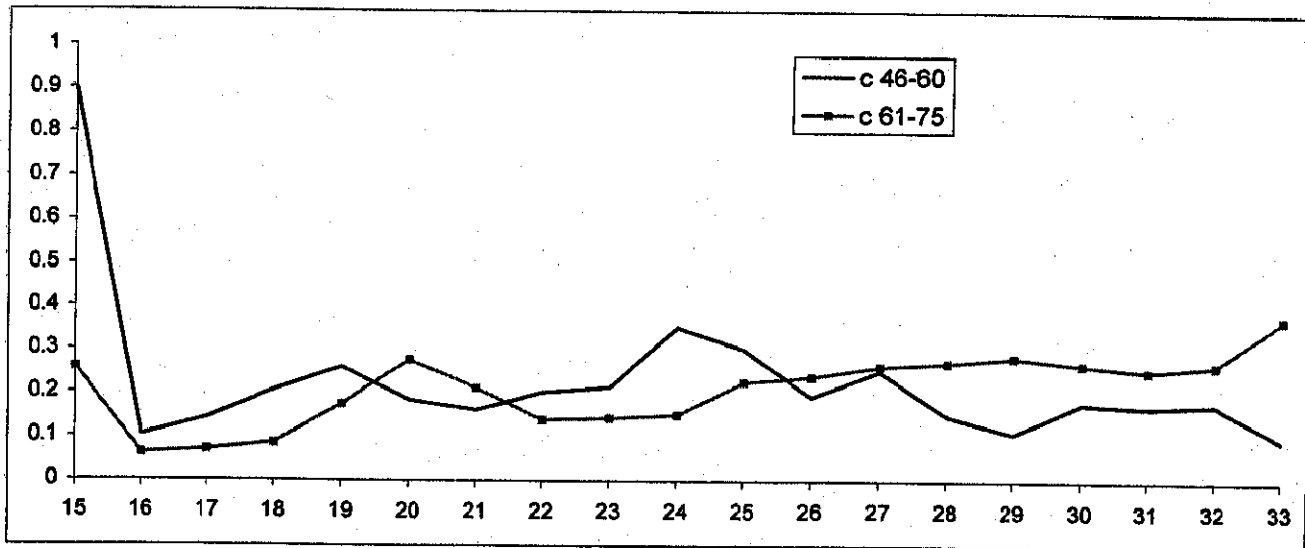
Bibliografia

- Billari F. (1999), *How to describe the transition to adulthood? The case of Italy*, manuscript.
- Billari F., Manfredi P., Valentini A. and Bonaguidi A. (1999), *Transition into adulthood: its macro-demographic consequences in a multistate stable population framework*, paper presentato all'International Workshop: "Synthetic biographies: state of the art and developments"
- Billari F. Manfredi P. and Valentini A. (1999), *Becoming adult and its macro-demographic impact. Multistate stable population theory and an application to Italy*, paper prepared for the European Population Conference 1999, the Hague
- De Sandre P., Ongaro F., Rettaroli R. and Salvini S. (1997), *Matrimonio e figli: tra rinvio e rinuncia*, il Mulino, Bologna
- Henry L. (1976), *Population: analysis and models*, Edward Arnold, London
- Inaba H. (1996), *Human Population Reproduction via First Marriage*, Mathematical Population Studies

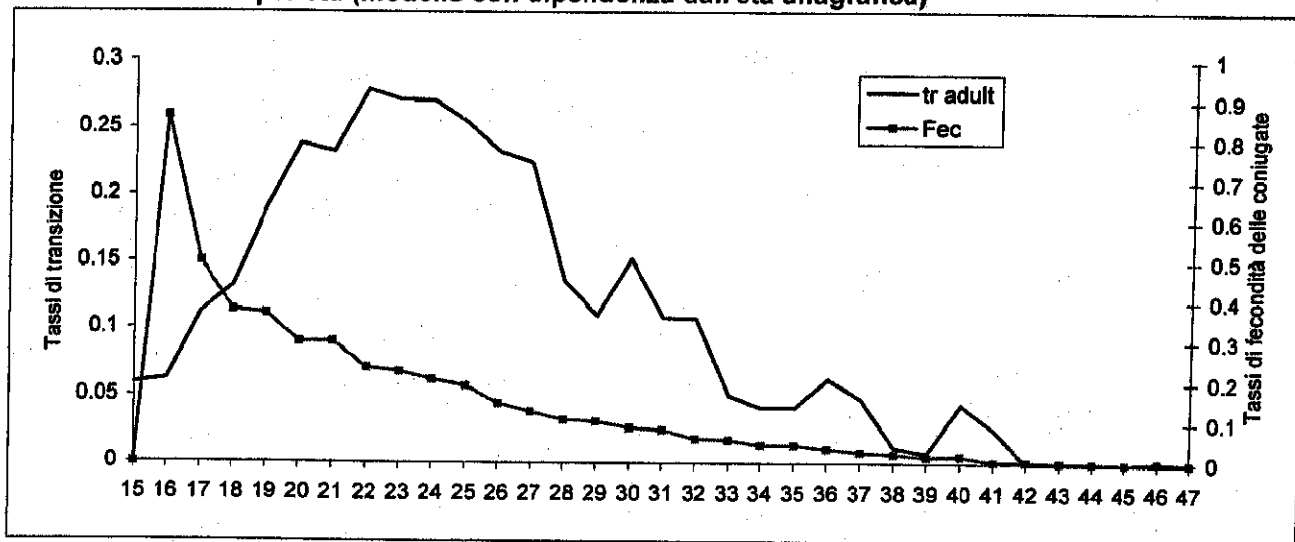
utilizzato tassi di sopravvivenza leggermente diversi: in Billari e al. (1999) la speranza di vita alla nascita è di 80,85 anni, in questo lavoro è di 79,99.

- Istat (1996), *13° Censimento generale della Popolazione e Abitazioni – Fascicolo generale, Italia*, Ed. Istat, Roma
- Istat (1997), *Previsioni della popolazione residente per età, sesso e regione, Base 01/01/1996*, Ed. Istat, Roma
- Manfredi P. and Billari F. (1997), *Transition into adulthood, marriage and timing of life in a stable population framework*, W.P. 117 – Università di Pisa.
- Valentini A. (1999), *L'applicazione del modello multiregionale-multistato alla popolazione in Italia mediante l'utilizzo del Lipro: procedura di analisi dei dati e particolarità tecniche del programma*, W.P. 139 – Università di Pisa
- Van Imhoff E. and Keilman N. (1992), *Lipro 2.0: An application of a dynamic demographic projection model to household structure in the Netherlands*, NIDI CBGS Publications 23, Sewts & Zeitlinger, Amsterdam - Lisse.
- Willekens F.J. and Drewe P. (1984), *A Multiregional Model for Regional Demographic Projections*, extracted from Ch. 15, *Demographic Research and Spatial Policy*, pp. 309-331, Academic Press, London

Grafico 1. Tassi di transizione verso lo stato adulto. Due coorti.



**Grafico 2. Tassi di transizione dallo stato adulto a quello coniugale.
Tassi di fecondità per età (modello con dipendenza dall'età anagrafica)**



**Grafico 3. Tassi di fecondità cumulati per durata del matrimonio
(modello con dipendenza dalla durata del matrimonio)**

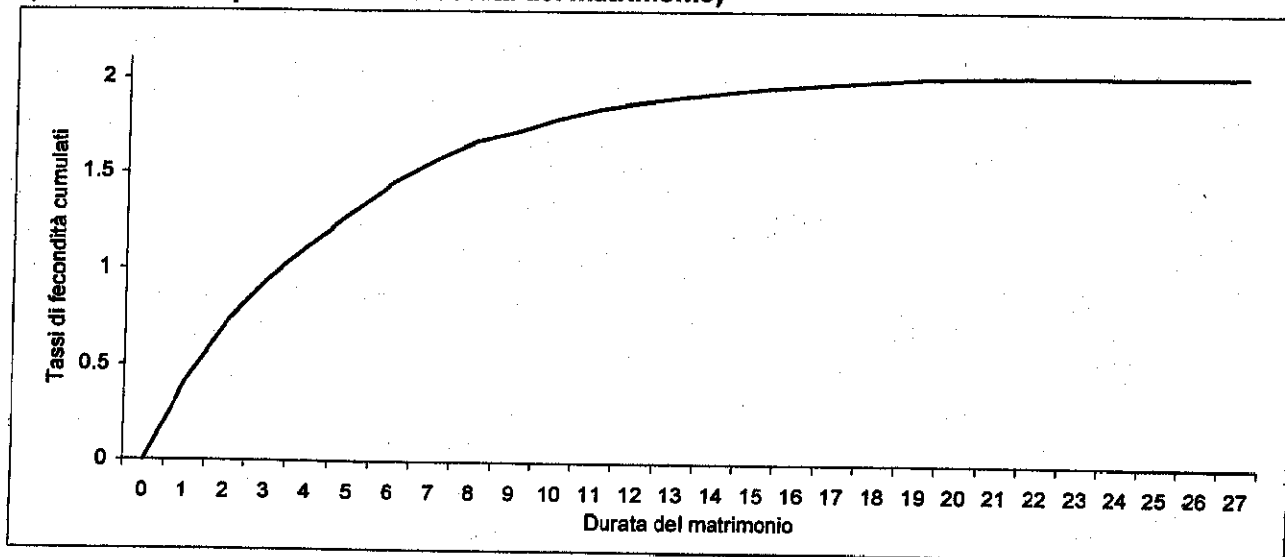


Grafico 4. Tassi di fecondità cumulati per età al matrimonio e per durata del matrimonio (modello con dipendenza congiunta da durata del matrimonio e età di celebrazione)

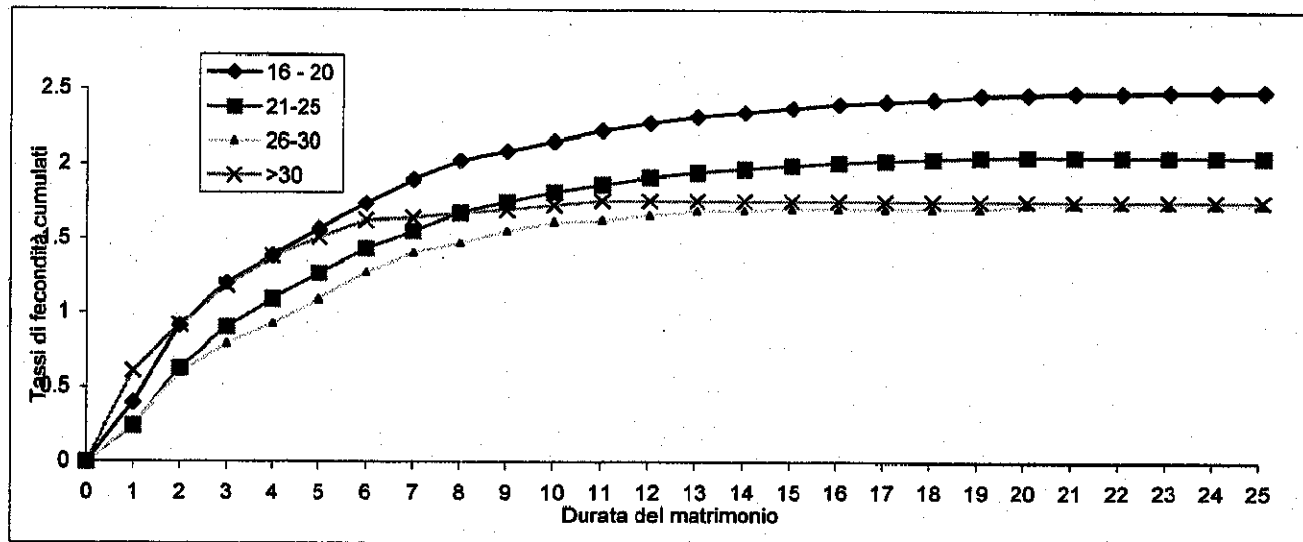


Grafico 5. Struttura per età ergodica nel modello con fecondità dipendente dall'età

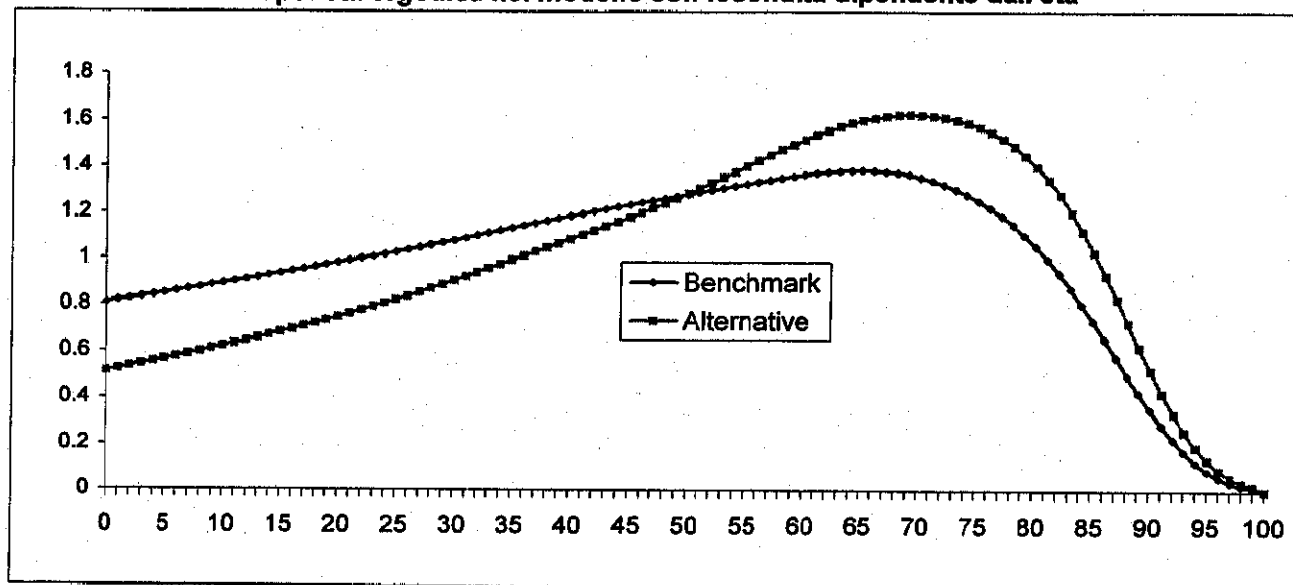


Grafico 6. Struttura per età ergodica nel modello con dipendenza dalla durata del matrimonio

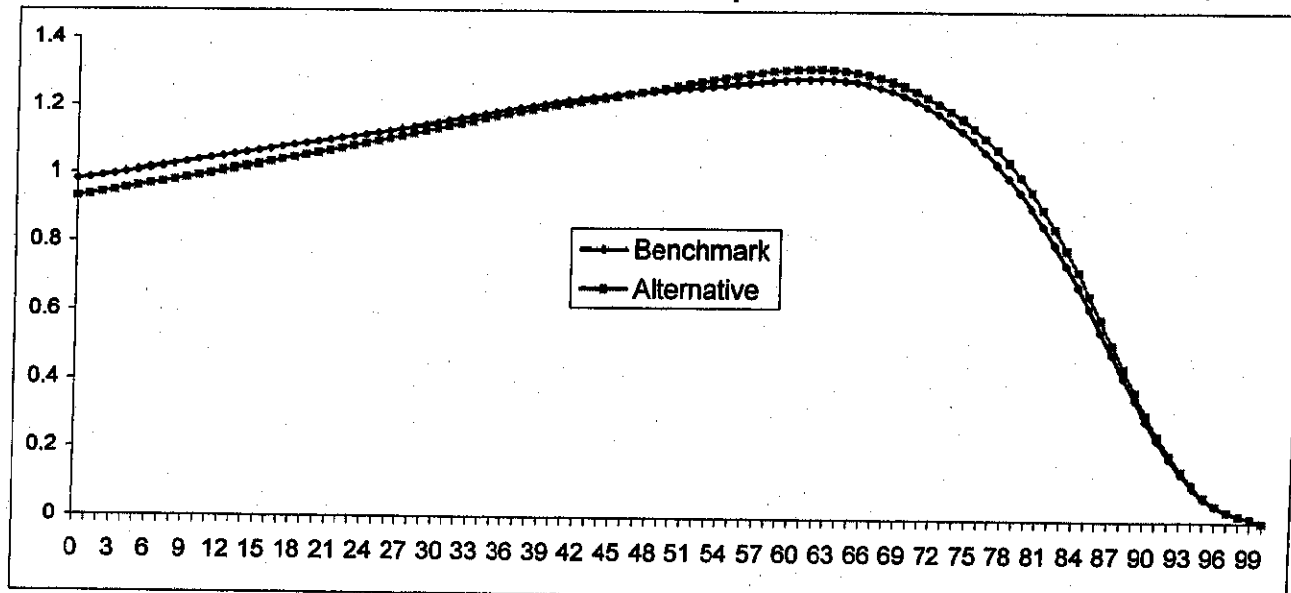


Grafico 7. Struttura per età ergodica nel modello con fecondità dipendente dall'età di celebrazione del matrimonio e dalla durata del matrimonio

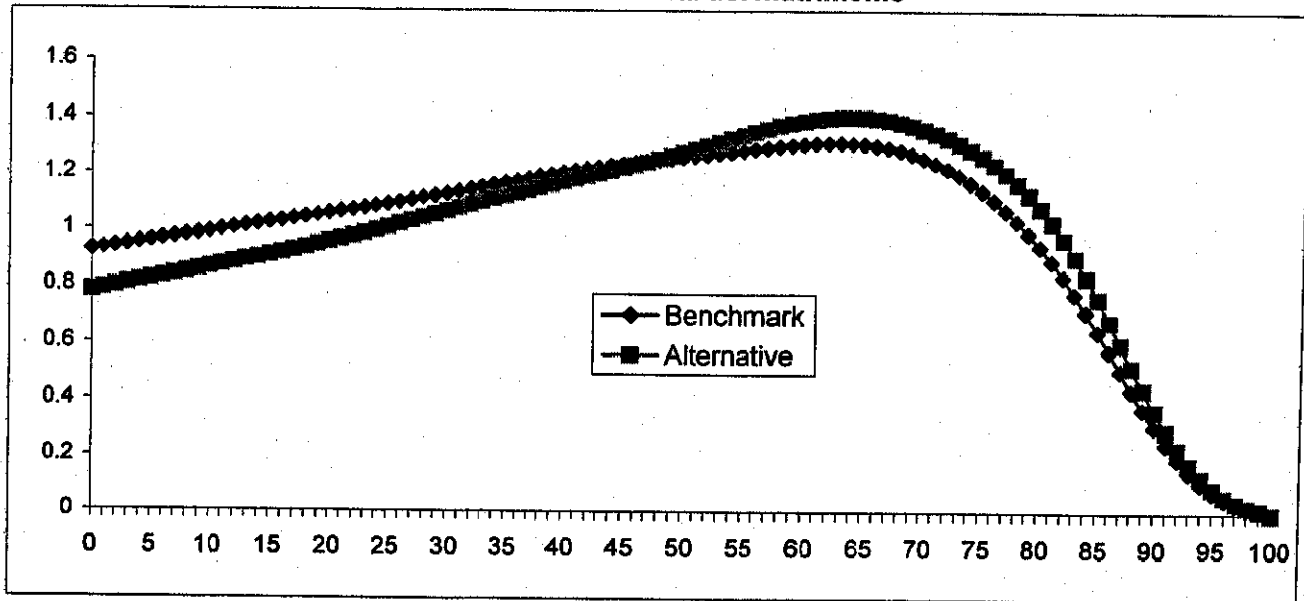


Grafico 8. Struttura per età ergodica nei tre modelli secondo lo scenario Benchmark

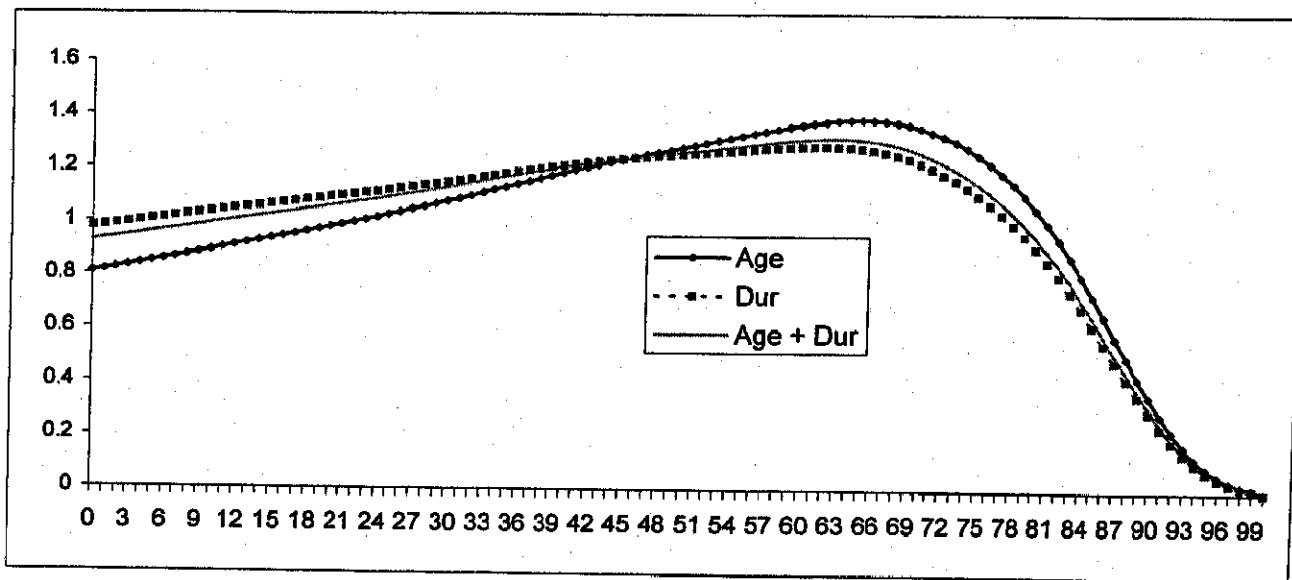


Grafico 9. Struttura per età ergodica nei tre modelli secondo lo scenario Alternative

