



Università degli Studi di Pisa
Dipartimento di Statistica e Matematica
Applicata all'Economia

Report n. 323

On the asymptotic error of the bernstein-
type approximations based on the beta-
binominal distribution

Andrea Pallini

Pisa, settembre 2009
- Stampato in Proprio -

ON THE ASYMPTOTIC ERROR OF THE BERNSTEIN-TYPE APPROXIMATIONS BASED ON THE BETA-BINOMIAL DISTRIBUTION

Andrea Pallini

1. INTRODUCTION

The Bernstein polynomials are a relevant tool in approximation theory. They are famous for the proof of their uniform convergence, in the sense of Weierstrass. The Bernstein polynomials are elegant linear positive operators. The Bernstein polynomials of order m are defined by the binomial distribution $p_m(k;t)$, for $k = 0, 1, \dots, m$, where $t \in [0, 1]$ is the domain of g . The convergence of the Bernstein polynomials to g is uniform, as $m \rightarrow \infty$. See Korovkin (1960), chapter 1, Davis (1963), chapter 6, Feller (1968), chapter 6, Feller (1971), chapter 7, Rivlin (1981), chapter 1, Cheney (1982), Chapters 1 to 4, Lorentz (1986), DeVore and Lorentz (1993), chapter 10, Phillips (2003), chapter 7.

The result of Voronovskaya on the asymptotic error of Bernstein polynomials is specifically relevant. See Davis (1963), chapter 6, and Phillips (2003), chapter 7.

Recently, Pallini (2007) has proposed the Bernstein-type approximations based on the beta binomial distribution. See Wilcox (1981), for the beta-binomial model, and Johnson, Kemp and Kotz (2005), chapter 6, for the beta-binomial distribution. In Pallini (2007), it is shown the uniform convergence of the Bernstein-type approximations based on the beta-binomial distribution. Here, we want to prove the Voronovskaya result for the Bernstein-type approximations based on the beta-binomial distribution.

In section 2, we overview the Bernstein polynomials. In section 3, we discuss the beta-binomial distribution. In section 4, we recall the Bernstein-type approximations based on the beta-binomial distribution. In section 5, we obtain the Voronovskaya result for the Bernstein-type approximations based on the beta-binomial distribution.

2. BERNSTEIN POLYNOMIALS

Let g be a bounded and real-valued function defined on the closed interval $[0, 1]$. The Bernstein polynomial $B_m(g; x)$ of order m for the function g is defined as

$$B_m(g; x) = \sum_{k=0}^m g\left(\frac{k}{m}\right) \binom{m}{k} x^k (1-x)^{m-k}, \quad (1)$$

where m is a positive integer number, and $x \in [0, 1]$. See Lorentz (1986), chapter 1, and DeVore and Lorentz (1993), chapter 10. Point x in (1) works as a probability, in the binomial distribution, where $x \in [0, 1]$. If $g(x)$ is continuous on $x \in [0, 1]$, then we have that $B_m(g; x) \rightarrow g(x)$, as $m \rightarrow \infty$, uniformly

at any point $x \in [0,1]$. The basic proofs of this uniform convergence (2) are detailed in Rivlin (1981), chapter 1, and Lorentz (1986), chapter 1. See also Korovkin (1960), chapters 1 to 4, Davis (1963), chapter 6, Feller (1971), chapter 7, and Cheney (1982), chapters 1 to 4, DeVore and Lorentz (1993), chapter 10, Phillips (2003), chapter 7.

The asymptotic error of Bernstein polynomials (1) was established by Voronovskaya as follows.

Theorem 1 (Voronovskaya).

Let $g(x)$ be bounded on $[0,1]$. Then, for any $x \in [0,1]$ at which $f''(x)$ exists

$$\lim_{m \rightarrow \infty} m [B_m(g; x) - g(x)] = \frac{1}{2} x(1-x)g''(x).$$

See Davis (1963), chapter 6, and Phillips (2003), chapter 7.

We want to show the same result for the Bernstein-type approximations based on the beta-binomial distribution proposed in Pallini (2007).

3. THE BETA-BINOMIAL DISTRIBUTION

More accurate versions of the Bernstein polynomials $B_m(g; x)$ defined by (1), $x \in (0,1)$, can be obtained by the beta-binomial distribution, that is studied in Johnson, Kemp and Kotz (2005), chapter 6.

We recall that the complete gamma function $\Gamma(\alpha)$ is defined as $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt$, where $\alpha > 0$, and the complete beta function $B(\alpha, \beta)$ is defined as $B(\alpha, \beta) = \int_0^1 t^{\alpha-1} (1-t)^{\beta-1} dt$, where $\alpha > 0$ and $\beta > 0$. The factorial α , where α is a positive integer number is denoted by $\alpha!$ and is defined as $\alpha! = \alpha(\alpha-1)\cdots 1$. We have $\Gamma(\alpha+1) = \alpha\Gamma(\alpha)$, and $\Gamma(\alpha) = (\alpha-1)!$, factorial $(\alpha-1)$, whereas α is a positive integer number, and $B(\alpha, \beta) = (\Gamma(\alpha+\beta))^{-1} \Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)$. Finally, the standard beta distribution, with parameters $\alpha > 0$ and $\beta > 0$, has probability density function (p.d.f.) $p(t; \alpha, \beta) = \{B(\alpha, \beta)\}^{-1} t^{\alpha-1} (1-t)^{\beta-1}$, where $t \in (0,1)$. See Balakrishnan and Nevzorov (2003), chapters 16 and 20.

The beta-binomial random variable (r.v.) Y , with parameters m , $\alpha \geq 0$ and $\beta \geq 0$, has p.d.f. $p_m(k; \alpha, \beta) = \Pr[Y = k]$, that is defined as

$$\begin{aligned} p_m(k; \alpha, \beta) &= \int_0^1 \binom{m}{k} t^k (1-t)^{m-k} \{B(\alpha, \beta)\}^{-1} t^{\alpha-1} (1-t)^{\beta-1} dt \\ &= \binom{m}{k} \{B(\alpha, \beta)\}^{-1} \int_0^1 t^{\alpha+k-1} (1-t)^{m-k+\beta-1} dt, \end{aligned} \quad (2)$$

for every $k = 0, 1, \dots, m$. In particular, $p_m(k; \alpha, \beta) = \binom{m}{k} \{B(\alpha, \beta)\}^{-1} B(\alpha + k, m - k + \beta)$, for every $k = 0, 1, \dots, m$. We have $\sum_{k=0}^m p_m(k; \alpha, \beta) = 1$, with $p_m(k; \alpha, \beta) \geq 0$, for every $k = 0, 1, \dots, m$.

We can rewrite the definition (2) as $p_m(k) = \{B(\alpha, \beta)\}^{-1} \int_0^1 p_m(k; t) t^{\alpha-1} (1-t)^{\beta-1} dt$, where $p_m(k; t) = \binom{m}{k} t^k (1-t)^{m-k}$, where $\binom{m}{k} = \frac{m!}{k!(m-k)!}$, is the binomial p.d.f., with parameters m and x , $t \in (0, 1)$, for every $k = 0, 1, \dots, m$. Moments of the beta-binomial r.v. Y , are obtained by integrating the moments of the binomial p.d.f. $p_m(k; t)$, $t \in (0, 1)$, $k = 0, 1, \dots, m$, that are functions of t , $t \in (0, 1)$, through the definition (2) of the beta-binomial p.d.f. $p_m(k; \alpha, \beta)$, $k = 0, 1, \dots, m$. The first two moments about the origin, $\lambda_1(\alpha, \beta)$ and $\lambda_2(\alpha, \beta)$, of the beta p.d.f. $p(t; \alpha, \beta)$, with values $t \in (0, 1)$, are

$$\begin{aligned} \lambda_1(\alpha, \beta) &= \{B(\alpha, \beta)\}^{-1} B(\alpha + 1, \beta) \\ &= (\alpha + \beta)^{-1} \alpha, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\lambda_2(\alpha, \beta) = \{(\alpha + \beta)(\alpha + \beta + 1)\}^{-1} \alpha(\alpha + 1). \quad (4)$$

See Balakrishnan and Nevzorov (2003), chapters 5 and 16, and Johnson, Kemp and Kotz (2005), chapter 3.

Values of the parameters α and β that determine a small quantity

$$\lambda_1(\alpha, \beta) - \lambda_2(\alpha, \beta) = \{(\alpha + \beta)(\alpha + \beta + 1)\}^{-1} \alpha\beta, \quad (5)$$

where $\lambda_1(\alpha, \beta)$ and $\lambda_2(\alpha, \beta)$ are given by (3) and (4), can be regarded as constructive. The quantity $\lambda_1(\alpha, \beta) - \lambda_2(\alpha, \beta)$, given by (5), corresponds to the beta integral of $t(1-t)$, $t \in [0, 1]$, from the definition of variance for the binomial distribution. More precisely, constructive values of α and β can directly help to improve the performance of the Bernstein-type approximations of section 4, by lowering their asymptotic errors, as $m \rightarrow \infty$.

Examples of beta-binomial p.d.f.'s are plotted in figure 1, for different sets of values for the parameters α and β . The beta-binomial p.d.f. can be symmetric or exhibit a certain skewness.

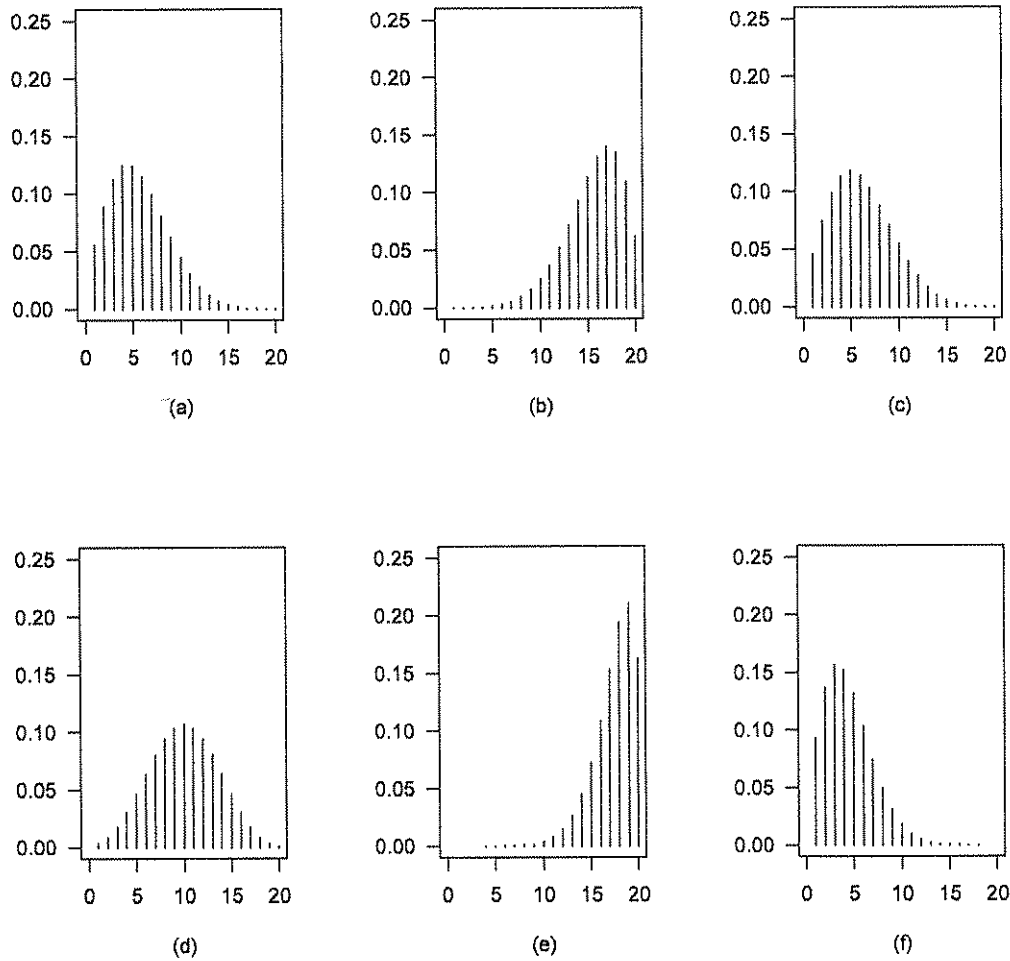


Figure 1: the beta-binomial p.d.f. $p_m(k; \alpha, \beta)$ given by (3), with $m = 20$, for every $k = 0, 1, \dots, m$, $\alpha = 3.5$ and $\beta = 3.5$ (panel (a)); $p_m(k; \alpha, \beta)$ with $\alpha = 9$ and $\beta = 2.5$ (panel (b)); $p_m(k; \alpha, \beta)$ with $\alpha = 3.5$ and $\beta = 8$ (panel (c)); $p_m(k; \alpha, \beta)$ with $\alpha = 6$ and $\beta = 6$ (panel (d)); $p_m(k; \alpha, \beta)$ with $\alpha = 15$ and $\beta = 2.2$ (panel (e)); $p_m(k; \alpha, \beta)$ with $\alpha = 4.1$ and $\beta = 15$ (panel (f)).

4. BERNSTEIN-TYPE APPROXIMATION

Let g be a bounded and real-valued function defined on the closed interval $D \subseteq \mathbb{R}^1$. The Bernstein-type approximation $C_m^{(s)}(g; x, \alpha, \beta)$ of order m for the function $g(x)$ is defined as

$$C_m^{(s)}(g; x, \alpha, \beta) = \{B(\alpha, \beta)\}^{-1} \int_0^1 \sum_{k=0}^m g(m^{-s}(m^{-1} - t) + x) \binom{m}{k} t^{\alpha+k-1} (1-t)^{\beta+m-k-1} dt, \quad (6)$$

where $s > -1/2$ is fixed, m is a positive integer number, and $x \in D$. See Pallini (2007).

The proof of the uniform convergence of the Bernstein-type approximation $C_m^{(s)}(g; x, \alpha, \beta)$, $x \in D$, defined in (6), is provided in Pallini (2007).

5. ASYMPTOTIC ERROR

Following Davis (1963), chapter 6, we can state the following preliminary result.

Lemma 1.

There is a constant C independent of m such that for all $t \in [0, 1]$,

$$\sum_{\substack{m^{-s}(m^{-1}k-t) \\ \geq m^{-1/4}}} \binom{m}{k} t^k (1-t)^{m-k} \leq C m^{-6} m^{-3/2}.$$

Proof. Let us consider the sums

$$S_n(t) = \sum_{k=0}^m (k - mt)^n \binom{m}{k} t^k (1-t)^{m-k}. \quad (7)$$

It is easy to see that $S_0(t) = 1$, $S_1(t) = 0$, $S_2(t) = mt(1-t)$. Differentiating (7), we have

$$\begin{aligned} S_n'(t) &= \sum_{k=0}^m (k - mt)^{n-1} \binom{m}{k} t^{k-1} (1-t)^{m-k-1} [-mnt(1-t) + (k - mt)^2] \\ &= -mn S_{n-1}(t) + \frac{S_{n+1}(t)}{t(1-t)}. \end{aligned}$$

Hence,

$$S_{n+1}(t) = t(1-t)[S_n'(t) + mn S_{n-1}(t)].$$

We may conclude from the recurrence that each sum $S_n(t)$ is a polynomial in t and m , $t \in [0,1]$. In particular, $S_3(t)$ is of 1st, $S_4(t)$ is of 2nd, $S_5(t)$ is of 2nd, $S_6(t)$ is of 3rd degree in m . It follows that, for some constant C , $|S_6(t)| \leq C m^3$ for $t \in [0,1]$.

Moreover, $|m^{-s}(m^{-1}k-t)| \geq m^{-1/4}$, $\left| \frac{1}{m^s} \frac{k-mt}{m^{3/4}} \right| \geq 1$, implies that $\frac{(k-mt)^6}{m^{6s} m^{9/2}} \geq 1$,

$$\begin{aligned} \sum_{|m^{-s}(m^{-1}k-t)| \geq m^{-1/4}} \binom{m}{k} t^k (1-t)^{m-k} &\leq m^{-6s} m^{-9/2} \sum_{k=0}^m (k-mt)^6 \binom{m}{k} t^k (1-t)^{m-k} \\ &= m^{-6s} m^{-9/2} S_6(t) \leq C m^{-6s} m^{-3/2}, \end{aligned}$$

for all $t \in [0,1]$.

By Lemma 1, we can obtain the asymptotic error for the Bernstein-type approximation $C_m^{(s)}(g; x, \alpha, \beta)$, $x \in D$, defined in (6).

Theorem 2 (Voronovskaya).

Let $g(x)$ be bounded in D and let x_0 be a point of D at which $g''(x_0)$ exists. Then,

$$\lim_{m \rightarrow \infty} m^{2s+1} [C_m^{(s)}(g; x_0, \alpha, \beta) - g(x_0)] = \frac{1}{2} g''(x_0) \{ \lambda_1(\alpha, \beta) - \lambda_2(\alpha, \beta) \}. \quad (8)$$

Proof. By Taylor expanding, we have

$$g(x) = g(x_0) + g'(x_0)(x-x_0) + \frac{1}{2} g''(x_0)(x-x_0)^2 + s(x)(x-x_0)^2,$$

where $\lim_{x \rightarrow x_0} s(x) = 0$. Set $x = m^{-s}(m^{-1}k-t) + x_0$.

$$\begin{aligned} g(m^{-s}(m^{-1}k-t) + x_0) &= g(x_0) + g'(x_0)(m^{-s}(m^{-1}k-t) + x_0 - x_0) \\ &\quad + \frac{1}{2} g''(x_0)(m^{-s}(m^{-1}k-t) + x_0 - x_0)^2 \\ &\quad + s(m^{-s}(m^{-1}k-t) + x_0)(m^{-s}(m^{-1}k-t) + x_0 - x_0)^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Multiplying both sides of (9) by $\binom{m}{k} t^{\alpha+k-1} (1-t)^{\beta+m-k-1}$, summing from $k=0$ to $k=m$, integrating, $t \in [0,1]$, we have

$$C_m^{(s)}(g; x_0, \alpha, \beta) = g(x_0) + \frac{1}{2} g''(x_0) m^{-2s-1} \{ \lambda_1(\alpha, \beta) - \lambda_2(\alpha, \beta) \}$$

$$+ \int_0^1 \sum_{k=0}^m s(m^{-s}(m^{-1}k-t) + x_0) (m^{-s}(m^{-1}k-t))^2 \binom{m}{k} t^{\alpha+k-1} (1-t)^{\beta+m-k-1} dt. \quad (10)$$

We denote by S the third term of (10). Let $\varepsilon > 0$ be given. We can find m sufficiently large that $m^{-s}(m^{-1}k-t) < m^{-1/4}$ implies $|s(m^{-s}(m^{-1}k-t) + x_0)| \leq \varepsilon$. Hence,

$$\begin{aligned} |S| &\leq \int_0^1 \sum_{|m^{-s}(m^{-1}k-t)| < m^{-1/4}} |s(m^{-s}(m^{-1}k-t) + x_0)| (m^{-s}(m^{-1}k-t))^2 \binom{m}{k} t^{\alpha+k-1} (1-t)^{\beta+m-k-1} dt \\ &+ \int_0^1 \sum_{|m^{-s}(m^{-1}k-t)| \geq m^{-1/4}} |s(m^{-s}(m^{-1}k-t) + x_0)| (m^{-s}(m^{-1}k-t))^2 \binom{m}{k} t^{\alpha+k-1} (1-t)^{\beta+m-k-1} dt. \end{aligned}$$

Thus,

$$\begin{aligned} |S| &\leq \varepsilon \int_0^1 (m^{-s}(m^{-1}k-t))^2 \binom{m}{k} t^{\alpha+k-1} (1-t)^{\beta+m-k-1} dt \\ &+ M \int_0^1 \sum_{|m^{-s}(m^{-1}k-t)| \geq m^{-1/4}} \binom{m}{k} t^{\alpha+k-1} (1-t)^{\beta+m-k-1} dt, \end{aligned}$$

where $M = \sup_{x \in D} s(x)(x - x_0)^2$. By Lemma 1, we obtain

$$|S| \leq \varepsilon m^{-2s-1} \{ \lambda_1(\alpha, \beta) - \lambda_2(\alpha, \beta) \} + M C m^{-6s} m^{-3/2}.$$

It follows from (10) that

$$\begin{aligned} &\left| m^{2s+1} \left[C_m^{(s)}(g; x_0, \alpha, \beta) - g(x_0) \right] - \frac{1}{2} g''(x_0) \{ \lambda_1(\alpha, \beta) - \lambda_2(\alpha, \beta) \} \right| \\ &= |m^{2s+1} S| \leq \varepsilon \{ \lambda_1(\alpha, \beta) - \lambda_2(\alpha, \beta) \} + M C m^{-4s} m^{-1/2}. \end{aligned}$$

Since ε is arbitrary, we can obtain (8).

REFERENCES

- N. BALAKRISHNAN, V.B. NEVZOROV (2003), *A Primer on Statistical Distributions*, Wiley and Sons, New York.
- O.E. BARNDORFF-NIELSEN, D.R. COX (1989), *Asymptotic Techniques for Use in Statistics*, Chapman and Hall, London.
- R.A. BECKER, J.M. CHAMBERS, A.R. WILKS (1988), *The New S Language*, Wadsworth and Brooks/Cole, Pacific Grove, California.
- E.W. CHENEY (1982), *Introduction to Approximation Theory*, 2nd Edition, AMS Chelsea Publishing, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island.
- P.J. DAVIS (1963), *Interpolation and Approximation*, Blaisdell Publishing Company, Waltham, Massachusetts.
- R.A. DEVORE, G.G. LORENTZ (1993), *Constructive Approximation*, Springer-Verlag, Berlin.
- W. FELLER (1968), *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, Volume I, 3rd Edition, Wiley and Sons, New York.
- W. FELLER (1971), *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, Volume II, 2nd Edition, Wiley and Sons, New York.
- N.L. JOHNSON, A.W. KEMP, S. KOTZ (2005), *Univariate Discrete Distributions*, 3rd Edition, Wiley and Sons, New York.
- P.P. KOROVKIN (1960), *Linear Operators and Approximation Theory*, Hindustan Publishing Corporation, Delhi.
- G.G. LORENTZ (1986), *Bernstein Polynomials*, Chelsea Publishing Company, New York.
- A. PALLINI (2005), *Bernstein-type approximation of smooth functions*, "Statistica", 65, 169-191.
- A. PALLINI (2007), *Bernstein-type approximation using the beta-binomial distribution*, "Statistica", 67, 367-387.
- G.M. PHILLIPS (2003), *Interpolation and Approximation by Polynomials*, Springer-Verlag, New York.
- R.J. RIVLIN (1981), *An Introduction to the Approximation of Functions*, Reprint of the 1969 Edition, Dover Publications, Mineola, New York.
- L. ROSENBERG (1967), *Bernstein polynomials and Monte Carlo Integration*, "SIAM Journal of Numerical Analysis", 4, 566-574.
- R.J. SERFLING (1980), *Approximation Theorems of Mathematical Statistics*, Wiley and Sons, New York.
- R.R. WILCOX (1981), *A review of the Beta-Binomial model and its extensions*, "Journal of Educational Statistics", 6, 3-32.

RIASSUNTO

Sull'errore asintotico delle approssimazioni del tipo di Bernstein basate sulla sulla distribuzione beta-binomiale

Viene dimostrato il risultato di Voronovskaya sull'errore asintotico per le approssimazioni del tipo di Bernstein basate sulla distribuzione beta-binomiale, seguendo le dimostrazioni per i polinomi di Bernstein.

SUMMARY

On the asymptotic error of the Bernstein-type approximations based on the beta-binomial distribution

The result of Voronovskaya on the asymptotic error for the Bernstein-type approximations based on the beta-binomial distribution, following the proofs for the Bernstein polynomials.

Elenco dei report pubblicati

Anno: 1987

- n. 1 Alberto Cambini - Laura Martein, Some Optimality Conditions in Vector Optimization
- n. 2 Alberto Cambini - Laura Martein - S.Schaibel, On Maximizing a Sum of Ratios
- n. 3 Giuliano Gasparotto, On the Charnes-Cooper Transformation in linear Fractional Programming.
- n. 4 Alberto Cambini, Non-linear separation Theorems, Duality and Optimality
- n. 5 Giovanni Boletto, Indicizzazione parziale: aspetti metodologici e riflessi economici
- n. 6 Alberto Cambini - Claudio Sodini, On Parametric Linear Fractional Programming
- n. 7 Alberto Bonaguidi, Alcuni aspetti meno noti delle migrazioni in Italia
- n. 8 Laura Martein - S. Schaible, On Solving a Linear Program with one Quadratic Constraint

Anno: 1988

- n. 9 Ester Lari, Alcune osservazioni sull'equazione funzionale $\emptyset(x,y,z)=\emptyset(\emptyset(x,y,t),t,z)$
- n. 10 F. Bartiaux, Une étude par ménage des migrations des personnes âgées: comparaison des résultats pour l'Italie et les Etats-Unis
- n. 11 Giovanni Boletto, Metodi di scomposizione del tasso di inflazione
- n. 12 Claudio Sodini, A New Algorithm for the Strictly Convex Quadratic Programming Problem
- n. 13 Laura Martein, On Generating the Set of all Efficient Points of a Bicriteria Fractional Problem
- n. 14 Laura Martein, Applicazioni della programmazione frazionaria nel campo economico-finanziario
- n. 15 Laura Martein, On the Bicriteria Maximization Problem
- n. 16 Paolo Manca, Un prototipo di sistema esperto per la consulenza finanziaria rivolta ai piccoli risparmiatori
- n. 17 Paolo Manca, Operazioni Finanziarie di Soper e Operazioni di puro Investimento secondo Teichroew-Robichek-Montaibano
- n. 18 Paolo Carraresi - Claudio Sodini, A k - Shortest Path Approach to the Minimum Cost Matching Problem.
- n. 19 Odo Barsotti - Marco Bottai, Sistemi gravitazionali e fasi di transazione della crescita Demografica
- n. 20 Giovanni Boletto, Metodi di scomposizione dell'inflazione aggregata: recenti sviluppi.
- n. 21 Marc Termote - Alberto Bonaguidi, Multiregional Stable Population as a Tool for Short-term Demographic Analysis
- n. 22 Marco Bottai, Storie familiari e storie migratorie: un'indagine in Italia
- n. 23 Maria Francesca Romano - Marco Marchi, Problemi connessi con la disomogeneità dei gruppi sottoposti a sorveglianza statistico-epidemiologica.
- n. 24 Franca Orsi, Un approccio logico ai problemi di scelta finanziaria.

Anno: 1989

- n. 25 Vincenzo Bruno, Attrazione ed entropia.
- n. 26 Giorgio Giorgi - S. Mititelu, Invexity in nonsmooth Programming.
- n. 28 Alberto Cambini - Laura Martein, Equivalence in linear fractional programming.

Anno: 1990

- n. 27 Vincenzo Bruno, Lineamenti econometrici dell'evoluzione del reddito nazionale in relazione ad altri fenomeni economici
- n. 29 Odo Barsotti - Marco Bottai - Marco Costa, Centralità e potenziale demografico per l'analisi dei comportamenti demografici: il caso della Toscana
- n. 30 Anna Marchi, A sequential method for a bicriteria problem arising in portfolio selection theory.
- n. 31 Marco Bottai, Mobilità locale e pianificazione territoriale.
- n. 32 Anna Marchi, Solving a quadratic fractional program by means of a complementarity approach
- n. 33 Anna Marchi, Sulla relazione tra un problema bicriteria e un problema frazionario.

Anno: 1991

- n. 34 Enrico Gori, Variabili latenti e "self-selection" nella valutazione dei processi formativi.
- n. 35 Piero Manfredi - E. Salinelli, About an interactive model for sexual Populations.
- n. 36 Giorgio Giorgi, Alcuni aspetti matematici del modello di sraffa a produzione semplice
- n. 37 Alberto Cambini - S.Schaibel - Claudio Sodini, Parametric linear fractional programming for an unbounded feasible Region.
- n. 38 I.Emke - Pouloupoulos - V.Gozálves Pérez - Odo Barsotti - Laura Lecchini, International migration to northern Mediterranean countries the cases of Greece, Spain and Italy.
- n. 39 Giuliano Gasparotto, A LP code implementation
- n. 40 Riccardo Cambini, Un problema di programmazione quadratica nella costituzione di capitale.
- n. 41 Gilberto Ghilardi, Stime ed errori campionari nell'indagine ISTAT sulle forze di lavoro.
- n. 42 Vincenzo Bruno, Alcuni valori medi, variabilità pareiana ed entropia.
- n. 43 Giovanni Boletto, Gli effetti del trascinarsi dei prezzi sulle misure dell'inflazione: aspetti metodologici
- n. 44 P. Paolicchi, Gli abbandoni nell'università: modelli interpretativi.
- n. 45 Maria Francesca Romano, Da un archivio amministrativo a un archivio statistico: una proposta metodologica per i dati degli studenti universitari.
- n. 46 Maria Francesca Romano, Criteri di scelta delle variabili nei modelli MDS: un'applicazione sulla popolazione studentesca di Pisa.
- n. 47 Odo Barsotti - Laura Lecchini, Les parcours migratoires en fonction de la nationalité. Le cas de l'Italie.
- n. 48 Vincenzo Bruno, Indicatori statistici ed evoluzione demografica, economica e sociale delle province toscane.
- n. 49 Alberto Cambini - Laura Martein, Tangent cones in optimization.
- n. 50 Alberto Cambini - Laura Martein, Optimality conditions in vector and scalar optimization: a unified approach.

Anno: 1992

- n. 51 Gilberto Ghilardi, Elementi di uno schema di campionamento areale per alcune rilevazioni ufficiali in Italia.
- n. 52 Paolo Manca, Investimenti e finanziamenti generalizzati.
- n. 53 Laura Lecchini - Odo Barsotti, Le rôle des immigrés extra- communautaires dans le marché du travail

Elenco dei report pubblicati

- n. 54 Riccardo Cambini, Alcune condizioni di ottimalità relative ad un insieme stellato.
- n. 55 Gilberto Ghilardi, Uno schema di campionamento areale per le rilevazioni sulle famiglie in Italia.
- n. 56 Riccardo Cambini, Studio di una classe di problemi non lineari: un metodo sequenziale.
- n. 57 Riccardo Cambini, Una nota sulle possibili estensioni a funzioni vettoriali di significative classi di funzioni concavo-generalizzate.
- n. 58 Alberto Bonaguidi - Valerio Terra Abrami, Metropolitan aging transition and metropolitan redistribution of the elderly in Italy.
- n. 59 Odo Barsotti - Laura Lecchini, A comparison of male and female migration strategies: the cases of African and Filipino Migrants to Italy.
- n. 60 Gilberto Ghilardi, Un modello logit per lo studio del fenomeno delle nuove imprese.
- n. 61 S. Schaible, Generalized monotonicity.
- n. 62 Vincenzo Bruno, Dell'elasticità in economia e dell'incertezza statistica.
- n. 63 Laura Martein, Alcune classi di funzioni concave generalizzate nell'ottimizzazione vettoriale
- n. 64 Anna Marchi, On the relationships between bicriteria problems and non-linear programming problems.
- n. 65 Giovanni Boletto, Considerazioni metodologiche sul concetto di elasticità prefissata.
- n. 66 Laura Martein, Soluzione efficienti e condizioni di ottimalità nell'ottimizzazione vettoriale.

Anno: 1993

- n. 67 Maria Francesca Romano, Le rilevazioni ufficiali ISTAT della popolazione universitaria: problemi e definizioni alternative.
- n. 68 Marco Bottai - Odo Barsotti, La ricerca "Spazio Utilizzato" Obiettivi e primi risultati.
- n. 69 Marco Bottai - F. Bartiaux, Composizione familiare e mobilità delle persone anziane. Una analisi regionale.
- n. 70 Anna Marchi - Claudio Sodini, An algorithm for a non-differentiable non-linear fractional programming problem.
- n. 71 Claudio Sodini - S. Schaible, An finite algorithm for generalized linear multiplicative programming.
- n. 72 Alberto Cambini - Laura Martein, An approach to optimality conditions in vector and scalar optimization.
- n. 73 Alberto Cambini - Laura Martein, Generalized concavity and optimality conditions in vector and scalar optimization.
- n. 74 Riccardo Cambini, Alcune nuove classi di funzioni concavo-generalizzate.

Anno: 1994

- n. 75 Alberto Cambini - Anna Marchi - Laura Martein, On nonlinear scalarization in vector optimization.
- n. 76 Maria Francesca Romano - Giovanna Nencioni, Analisi delle carriere degli studenti immatricolati dal 1980 al 1982.
- n. 77 Gilberto Ghilardi, Indici statistici della congiuntura.
- n. 78 Riccardo Cambini, Condizioni di efficienza locale nella ottimizzazione vettoriale.
- n. 79 Odo Barsotti - Marco Bottai, Funzioni di utilizzazione dello spazio.
- n. 80 Vincenzo Bruno, Alcuni aspetti dinamici della popolazione dei comuni della Toscana, distinti per ampiezza demografica e per classi di urbanità e di ruralità.
- n. 81 Giovanni Boletto, I numeri indici del potere d'acquisto della moneta.
- n. 82 Alberto Cambini - Laura Martein - Riccardo Cambini, Some optimality conditions in multiobjective programming.
- n. 83 S. Schaible, Fractional programming with sum of ratios.
- n. 84 Stefan Tigan - I.M. Stancu-Minasian, The minimum-risk approach for continuous time linear-fractional programming.
- n. 85 Vasile Preda - I.M. Stancu-Minasian, On duality for multiobjective mathematical programming of n-set.
- n. 86 Vasile Preda - I.M. Stancu-Minasian - Anton Bataiorescu, Optimality and duality in nonlinear programming involving semilocally preinvex and related functions.

Anno: 1995

- n. 87 Elena Melis, Una nota storica sulla programmazione lineare: un problema di Kantorovich rivisto alla luce del problema degli zeri.
- n. 88 Vincenzo Bruno, Mobilità territoriale dell'Italia e di tre Regioni tipiche: Lombardia, Toscana, Sicilia.
- n. 89 Antonio Cortese, Bibliografia sulla presenza straniera in Italia
- n. 90 Riccardo Cambini, Funzioni scalari affini generalizzate.
- n. 91 Piero Manfredi - Fabio Tarini, Modelli epidemiologici: teoria e simulazione. (I)
- n. 92 Marco Bottai - Maria Caputo - Laura Lecchini, The "OLIVAR" survey. Methodology and quality.
- n. 93 Laura Lecchini - Donatella Marsiglia - Marco Bottai, Old people and social network.
- n. 94 Gilberto Ghilardi, Uno studio empirico sul confronto tra alcuni indici statistici della congiuntura.
- n. 95 Vincenzo Bruno, Il traffico nei porti italiani negli anni recenti.
- n. 96 Alberto Cambini - Anna Marchi - Laura Martein - S. Schaible, An analysis of the falk-palocsay algorithm.
- n. 97 Alberto Cambini - Laura Carosi, Sulla esistenza di elementi massimali.

Anno: 1996

- n. 98 Riccardo Cambini - S. Komlós, Generalized concavity and generalized monotonicity concepts for vector valued.
- n. 99 Riccardo Cambini, Second order optimality conditions in the image space.
- n. 100 Vincenzo Bruno, La stagionalità delle correnti di navigazione marittima.
- n. 101 Eugene Maurice Cleur, A comparison of alternative discrete approximations of the Cox - Ingersoll - Ross model.
- n. 102 Gilberto Ghilardi, Sul calcolo del rapporto di concentrazione del Gini.
- n. 103 Alberto Cambini - Laura Martein - Riccardo Cambini, A new approach to second order optimality conditions in vector optimization.
- n. 104 Fausto Gozzi, Alcune osservazioni sull'immunizzazione semideterministica.
- n. 105 Emilio Barucci - Fausto Gozzi, Innovation and capital accumulation in a vintage capital model an infinite dimensional control approach.
- n. 106 Alberto Cambini - Laura Martein - I.M. Stancu-Minasian, A survey of bicriteria fractional problems.
- n. 107 Luciano Fanti - Piero Manfredi, Viscosità dei salari, offerta di lavoro endogena e ciclo.
- n. 108 Piero Manfredi - Luciano Fanti, Ciclo di vita di nuovi prodotti: modellistica non lineare.
- n. 109 Piero Manfredi, Crescita con ciclo, gestazione dei piani di investimento ed effetti.
- n. 110 Luciano Fanti - Piero Manfredi, Un modello "classico" di ciclo con crescita ed offerta di lavoro endogena.
- n. 111 Anna Marchi, On the connectedness of the efficient frontier : sets without local maxima.

Elenco dei report pubblicati

- n. 112 Riccardo Cambini, Generalized concavity for bicriteria functions.
- n. 113 Vincenzo Bruno, Variazioni dinamiche (1971-1981-1991) dei fenomeni demografici dei comuni (urbani e rurali) della Lombardia, in relazione ad alcune caratteristiche di mobilità territoriale.

Anno: 1997

- n. 114 Piero Manfredi - Fabio Tarini - J.R. Williams - A. Carducci - B. Casini, Infectious diseases: epidemiology, mathematical models, and immunization policies.
- n. 115 Eugene Maurice Cleur - Piero Manfredi, One dimensional SDE models, low order numerical methods and simulation based estimation: a comparison of alternative estimators.
- n. 116 Luciano Fanti - Piero Manfredi, Point stability versus orbital stability (or instability): remarks on policy implications in classical growth cycle model.
- n. 117 Piero Manfredi - Francesco Billari, transition into adulthood, marriage, and timing of life in a stable population framework.
- n. 118 Laura Carosi, Una nota sul concetto di estremo superiore di insiemi ordinati da coni convessi.
- n. 119 Laura Lecchini - Donatella Marsiglia, Reti sociali degli anziani: selezione e qualità delle relazioni.
- n. 120 Piero Manfredi - Luciano Fanti, Gestation lags and efficiency wage mechanisms in a goodwin type growth model.
- n. 121 G. Rivellini, La metodologia statistica multilevel come possibile strumento per lo studio delle interazioni tra il comportamento procreativo individuale e il contesto
- n. 122 Laura Carosi, Una nota sugli insiemi C-limitati e L-limitati.
- n. 123 Laura Carosi, Sull'estremo superiore di una funzione lineare fratta ristretta ad un insieme chiuso e illimitato.
- n. 124 Piero Manfredi, A demographic framework for the evaluation of the impact of imported infectious diseases.
- n. 125 Alessandro Valentini, Calo della fecondità ed immigrazione: scenari e considerazioni sul caso italiano.
- n. 126 Alberto Cambini - Laura Martein, Second order optimality conditions.

Anno: 1998

- n. 127 Piero Manfredi and Alessandro Valentini, Populations with below replacement fertility: theoretical considerations and scenarios from the Italian laboratory.
- n. 128 Alberto Cambini - Laura Martein - E. Moretti, Programmazione frazionaria e problemi bicriteria.
- n. 129 Emilio Barucci - Fausto Gozzi - Andrej Swiech, Incentive compatibility constraints and dynamic programming in continuous time.

Anno: 1999

- n. 130 Alessandro Valentini, Impatto delle immigrazioni sulla popolazione italiana: confronto tra scenari alternativi.
- n. 131 K. Iglicka - Odo Barsotti - Laura Lecchini, Recent development of migrations from Poland to Europe with a special emphasis on Italy K. Iglicka - Le Migrazioni est-ovest: le unioni miste in Italia
- n. 132 Alessandro Valentini, Proiezioni demografiche multiregionali a due sessi, con immigrazioni internazionali e vincoli di consistenza.
- n. 133 Fabio Antonelli - Emilio Barucci - Maria Elvira Mancino, Backward-forward stochastic differential utility: existence, consumption and equilibrium analysis.
- n. 134 Emilio Barucci - Maria Elvira Mancino, Asset pricing with endogenous aspirations.
- n. 135 Eugene Maurice Cleur, Estimating a class of diffusion models: an evaluation of the effects of sampled discrete observations.
- n. 136 Luciano Fanti - Piero Manfredi, Labour supply, time delays, and demoeconomic oscillations in a solow-type growth model.
- n. 137 Emilio Barucci - Sergio Polidoro - Vincenzo Vespi, Some results on partial differential equations and Asian options.
- n. 138 Emilio Barucci - Maria Elvira Mancino, Hedging European contingent claims in a Markovian incomplete market.
- n. 139 Alessandro Valentini, L'applicazione del modello multiregionale-multistato alla popolazione in Italia mediante l'utilizzo del Lipro: procedura di adattamento dei dati e particolarità tecniche del programma.
- n. 140 I.M. Stancu-Minasian, optimality conditions and duality in fractional programming-involving semilocally preinvex and related functions.
- n. 141 Alessandro Valentini, Proiezioni demografiche con algoritmi di consistenza per la popolazione in Italia nel periodo 1997-2142: presentazione dei risultati e confronto con metodologie di stima alternative.
- n. 142 Laura Carosi, Competitive equilibria with money and restricted participation.
- n. 143 Laura Carosi, Monetary policy and Pareto improvability in a financial economy with restricted participation
- n. 144 Bruno Cheli, Misurare il benessere e lo sviluppo dai paradossi del Pil a misure di benessere economico sostenibile, con uno sguardo allo sviluppo umano
- n. 145 Bruno Cheli - Laura Lecchini - Lucio Masserini, The old people's perception of well-being: the role of material and non material resources
- n. 146 Eugene Maurice Cleur, Maximum likelihood estimation of one-dimensional stochastic differential equation models from discrete data: some computational results
- n. 147 Alessandro Valentini - Francesco Billari - Piero Manfredi, Utilizzi empirici di modelli multistato continui con durate multiple
- n. 148 Francesco Billari - Piero Manfredi - Alberto Bonaguidi - Alessandro Valentini, Transition into adulthood: its macro-demographic consequences in a multistate stable population framework
- n. 149 Francesco Billari - Piero Manfredi - Alessandro Valentini, Becoming Adult and its Macro-Demographic Impact: Multistate Stable Population Theory and an Application to Italy
- n. 150 Alessandro Valentini, Le previsioni demografiche in presenza di immigrazioni: confronto tra modelli alternativi e loro utilizzo empirico ai fini della valutazione dell'equilibrio nel sistema pensionistico
- n. 151 Emilio Barucci - Roberto Monte, Diffusion processes for asset prices under bounded rationality
- n. 152 Emilio Barucci - P. Cianchi - L. Landi - A. Lombardi, Reti neurali e analisi delle serie storiche: un modello per la previsione del BTP future
- n. 153 Alberto Cambini - Laura Carosi - Laura Martein, On the supremum in fractional programming
- n. 154 Riccardo Cambini - Laura Martein, First and second order characterizations of a class of pseudoconcave vector functions
- n. 155 Piero Manfredi and Luciano Fanti, Embedding population dynamics in macro-economic models. The case of the goodwin's growth cycle
- n. 156 Laura Lecchini e Odo Barsotti, Migrazioni dei preti dalla Polonia in Italia
- n. 157 Vincenzo Bruno, Analisi dei prezzi, in Italia dal 1975 in poi
- n. 158 Vincenzo Bruno, Analisi del commercio al minuto in Italia
- n. 159 Vincenzo Bruno, Aspetti ciclici della liquidità bancaria, dal 1971 in poi
- n. 160 Anna Marchi, A separation theorem in alternative theorems and vector optimization

Elenco dei report pubblicati

Anno: 2000

- n. 161 Piero Manfredi and Luciano Fanti, Labour supply, population dynamics and persistent oscillations in a Goodwin-type growth cycle model
- n. 162 Luciano Fanti and Piero Manfredi, Neo-classical labour market dynamics and chaos (and the Phillips curve revisited)
- n. 163 Piero Manfredi - and Luciano Fanti, Detection of Hopf bifurcations in continuous-time macro- economic models, with an application to reducible delay-systems.
- n. 164 Fabio Antonelli - Emilio Barucci, The Dynamics of pareto allocations with stochastic differential utility
- n. 165 Eugene M. Cleur, Computing maximum likelihood estimates of a class of One-Dimensional stochastic differential equation models from discrete Date*
- n. 166 Eugene M. Cleur, Estimating the drift parameter in diffusion processes more efficiently at discrete times: a role of indirect estimation
- n. 167 Emilio Barucci - Vincenzo Valori, Forecasting the forecasts of others e la Politica di Inflation targeting
- n. 168 A. Cambini - L. Martein, First and second order optimality conditions in vector optimization
- n. 169 A. Marchi, Theorems of the Alternative by way of Separation Theorems
- n. 170 Emilio Barucci - Maria Elvira Mancino, Asset Pricing and Diversification with Partially Exchangeable random Variables
- n. 171 Piero Manfredi - Luciano Fanti, Long Term Effects of the Efficiency Wage Hypothesis in Goodwin-Type Economies.
- n. 172 Piero Manfredi - Luciano Fanti, Long Term Effects of the Efficiency wage Hypothesis in Goodwin-type Economies: a reply.
- n. 173 Luciano Fanti, Innovazione Finanziaria e Domanda di Moneta in un Modello dinamico IS-LM con Accumulazione.
- n. 174 P. Manfredi, A. Bonaccorsi, A. Secchi, Social Heterogeneities in Classical New Product Diffusion Models. I: "External" and "Internal" Models.
- n. 175 Piero Manfredi - Ernesto Salinelli, Modelli per formazione di coppie e modelli di Dinamica familiare.
- n. 176 P. Manfredi, E. Salinelli, A. Melegaro, A. Secchi, Long term interference Between Demography and Epidemiology: the case of tuberculosis
- n. 177 Piero Manfredi - Ernesto Salinelli, Toward the Development of an Age Structure Teory for Family Dynamics I: General Frame.
- n. 178 Piero Manfredi - Luciano Fanti, Population heterogeneities, nonlinear oscillations and chaos in some Goodwin-type demo-economic models Paper to be presented at the: Second workshop on "nonlinear demography" Max Planck Institute for demographic Research Rostock, Germany, May 31-June 2, 2
- n. 179 E. Barucci - M.E. Mancini - Roberto Renò, Volatility Estimation via Fourier Analysis
- n. 180 Riccardo Cambini, Minimum Principle Type Optimality Conditions
- n. 181 E. Barucci, M. Giuli, R. Monte, Asset Prices under Bounded Rationality and Noise Trading
- n. 182 A. Cambini, D.T. Luc, L. Martein, Order Preserving Transformations and application.
- n. 183 Vincenzo Bruno, Variazioni dinamiche (1971-1981-1991) dei fenomeni demografici dei comuni urbani e rurali della Sicilia, in relazione ad alcune caratteristiche di mobilità territoriale.
- n. 184 F. Antonelli, E. Barucci, M.E. Mancino, Asset Pricing with a Backward-Forward Stochastic Differential Utility
- n. 185 Riccardo Cambini - Laura Carosi, Coercivity Concepts and Recession Functions in Constrained Problems
- n. 186 John R. Williams, Piero Manfredi, The pre-vaccination dynamics of measles in Italy: estimating levels of under-reporting of measles cases
- n. 187 Piero Manfredi, John R. Williams, To what extent can inter-regional migration perturb local endemic patterns? Estimating numbers of measles cases in the Italian regions
- n. 188 Laura Carosi, Johannes Jahn, Laura Martein, On The Connections between Semidefinite Optimization and Vector Optimization
- n. 189 Alberto Cambini, Jean-Pierre Crouzeix, Laura Martein, On the Pseudoconvexity of a Quadratic Fractional Function
- n. 190 Riccardo Cambini - Claudio Sodini, A finite Algorithm for a Particular d.c. Quadratic Programming Problem.
- n. 191 Riccardo Cambini - Laura Carosi, Pseudoconvexity of a class of Quadratic Fractional Functions.
- n. 192 Laura Carosi, A note on endogenous restricted participation on financial markets: an existence result.
- n. 193 Emilio Barucci - Roberto Monte - Roberto Renò, Asset Price Anomalies under Bounded Rationality.
- n. 194 Emilio Barucci - Roberto Renò, A Note on volatility estimate-forecast with GARCH models.
- n. 195 Bruno Cheli, Sulla misura del benessere economico: i paradossi del PIL e le possibili correzioni in chiave etica e sostenibile, con uno spunto per l'analisi della povertà
- n. 196 M. Bottai, M. Bottai, N. Salvati, M. Toigo, Le proiezioni demografiche con il programma Nostradamus. (Applicazione all'area pisana)
- n. 197 A. Lemmi - B. Cheli - B. Mazzolli, La misura della povertà multidimensionale: aspetti metodologici e analisi della realtà italiana alla metà degli anni '90
- n. 198 C.R. Bector - Riccardo Cambini, Generalized B-invex vector valued functions
- n. 199 Luciano Fanti - Piero Manfredi, The workers' resistance to wage cuts is not necessarily detrimental for the economy: the case of a Goodwin's growth model with endogenous population.
- n. 200 Emilio Barucci - Roberto Renò, On Measuring volatility of diffusion processes with high frequency data
- n. 201 Piero Manfredi - Luciano Fanti, Demographic transition and balanced growth

Anno: 2001

- n. 202 E. Barucci - M. E. Mancini - E. Vannucci, Asset Pricing, Diversification and Risk Ordering with Partially Exchangeable random Variables
- n. 203 E. Barucci - R. Renò - E. Vannucci, Executive Stock Options Evaluation.
- n. 204 Odo Barsotti - Moreno Toigo, Dimensioni delle rimesse e variabili esplicative: un'indagine sulla collettività marocchina immigrata nella Toscana Occidentale
- n. 205 Vincenzo Bruno, I Consumi voluttuari, nell'ultimo trentennio, in Italia
- n. 206 Michele Longo, The monopolist choice of innovation adoption: A regular-singular stochastic control problem
- n. 207 Michele Longo, The competitive choice of innovation adoption: A finite-fuel singular stochastic control problem.
- n. 208 Riccardo Cambini - Laura Carosi, On the pseudoaffinity of a class of quadratic fractional functions
- n. 209 Riccardo Cambini - Claudio Sodini, A Finite Algorithm for a Class of Non Linear Multiplicative Programs.
- n. 210 Alberto Cambini - Dinh The Luc - Laura Martein, A method for calculating subdifferential Convex vector functions
- n. 211 Alberto Cambini - Laura Martein, Pseudolinearity in scalar and vector optimization.
- n. 212 Riccardo Cambini, Necessary Optimality Conditions in Vector Optimization.
- n. 213 Riccardo Cambini - Laura Carosi, On generalized convexity of quadratic fractional functions.
- n. 214 Riccardo Cambini - Claudio Sodini, A note on a particular quadratic programming problem.
- n. 215 Michele Longo - Vincenzo Valori, Existence and stability of equilibria in OLG models under adaptive expectations.

Elenco dei report pubblicati

- n. 216 Luciano Fanti - Piero Manfredi, Population, unemployment and economic growth cycles: a further explanatory perspective
- n. 217 J.R.Williams, P. Manfredi, S. Salmaso, M. Ciofi, Heterogeneity in regional notification patterns and its impact on aggregate national case notification data: the example of measles in Italy.
- n. 218 Anna Marchi, On the connectedness of the efficient frontier: sets without local efficient maxima
- n. 219 Laura Lecchini - Odo Barsotti, Les disparités territoriales au Maroc au travers d'une optique de genre.

Anno: 2002

- n. 220 Gilberto Ghilardi - Nicola Orsini, Sull'uso dei modelli statistici lineari nella valutazione dei sistemi formativi.
- n. 221 Andrea Mercatanti, Un'analisi descrittiva dei laureati dell'Università di Pisa
- n. 222 E. Barucci - C. Impenna - R. Renò, The Italian Overnight Market: microstructure effects, the martingale hypothesis and the payment system.
- n. 223 E. Barucci, P. Malliavin, M.E. Mancino, R. Renò, A. Thalmaier, The Price-volatility feedback rate: an implementable mathematical indicator of market stability.
- n. 224 Andrea Mercatanti, Missing at random in randomized experiments with imperfect compliance
- n. 225 Andrea Mercatanti, Effetto dell'uso di carte Bancomat e carte di Credito sulla liquidità familiare: una valutazione empirica
- n. 226 Piero Manfredi - John R. Williams, Population decline and population waves: their impact upon epidemic patterns and morbidity rates for childhood infectious diseases. Measles in Italy as an example.
- n. 227 Piero Manfredi - Marta Ciofi degli Atti, La geografia pre-vaccinale del morbillo in Italia. I. Comportamenti di contatto e sforzi necessari all'eliminazione: predizioni dal modello base delle malattie prevenibili da vaccino.
- n. 228 I.M. Stancu-Minasian, Optimality Conditions and Duality in Fractional Programming Involving Semilocally Preinvex and Related
- n. 229 Nicola Salvati, Un software applicativo per un'analisi di dati sui marchi genetici (Genetic Markers)
- n. 230 Piero Manfredi, J. R. Williams, E. M. Cleur, S. Salmaso, M. Ciofi, The pre-vaccination regional landscape of measles in Italy: contact patterns and related amount of needed eradication efforts (and the "EURO" conjecture)
- n. 231 Andrea Mercatanti, I tempi di laurea presso l'Università di Pisa: un'applicazione dei modelli di durata in tempo discreto
- n. 232 Andrea Mercatanti, The weak version of the exclusion restriction in causal effects estimation: a simulation study
- n. 233 Riccardo Cambini and Laura Carosi, Duality in multiobjective optimization problems with set constraints
- n. 234 Riccardo Cambini and Claudio Sodini, Decomposition methods for nonconvex quadratic programs
- n. 235 R. Cambini and L. Carosi and S. Schaible, Duality in fractional optimization problems with set constraints
- n. 236 Anna Marchi, On the mix-efficient points

Anno: 2003

- n. 237 Emanuele Vannucci, The valuation of unit linked policies with minimal return guarantees under symmetric and asymmetric information hypotheses
- n. 238 John R Williams - Piero Manfredi, Ageing populations and childhood infections: the potential impact on epidemic patterns and morbidity
- n. 239 Bruno Chelli, Errata Corrige del Manuale delle Impronte Ecologiche (2002) ed alcuni utili chiarimenti
- n. 240 Alessandra Petrucci-Nicola Salvati-Monica Pratesi, Stimatore Combinato r Correlazione Spaziale nella Stima per Piccole Aree
- n. 241 Riccardo Cambini - Laura Carosi, Mixed Type Duality for Multiobjective Optimization Problems with set constraints
- n. 242 O. Barsotti, L. Lecchini, F. Benassi, Foreigners from central and eastern European countries in Italy: current and future perspectives of eu enlargement
- n. 243 A. Cambini - L. Martein - S. Schaible, Pseudoconvexity under the Charnes-Cooper transformation
- n. 244 Eugene M. Cleur, Piero Manfredi, and John R. William, The pre-and post-vaccination regional dynamics of measles in Italy: Insights from time series analysis

Anno: 2004

- n. 245 Emilio Barucci - Jury Falini, Determinants of Corporate Governance in Italy: Path dependence or convergence?
- n. 246 R. Cambini - A. Marchi, A note on the connectedness of the efficient frontier
- n. 247 Laura Carosi - Laura Martein, On the pseudoconvexity and pseudolinearity of some classes of fractional functions
- n. 248 E. Barucci - R. Monte - B. Trivellato, Bayesian nash equilibrium for insider trading in continuous time
- n. 249 Eugene M. Cleur, A Time Series Analysis of the Inter-Epidemic Period for Measles in Italy
- n. 250 Andrea Mercatanti, Causal inference methods without exclusion restrictions: an economic application.
- n. 251 Eugene M. Cleur, Non-Linearities in Monthly Measles data for Italy
- n. 252 Eugene M. Cleur, A Threshold Model for Prevaccination Measles Data: Some Empirical Results for England and Italy
- n. 253 Andrea Mercatanti, La gestione dei dati mancanti nei modelli di inferenza causale: il caso degli esperimenti naturali.
- n. 254 Andrea Mercatanti, Rilevanza delle analisi di misture di distribuzioni nelle valutazioni di efficacia
- n. 255 Andrea Mercatanti, Local estimation of mixtures in instrumental variables models
- n. 256 Monica Pratesi - Nicola Salvati, Spatial EBLUP in agricultural surveys: an application based on italian census data.
- n. 257 Emanuele Vannucci, A model analyzing the effects of information asymmetries of the traders
- n. 258 Monica Pratesi-Emilia Rocco, Two-Step centre sampling for estimating elusive population size
- n. 259 A. Lemmi, N. Pannuzi, P. Valentini, B. Chelli, G. Berti, Estimating Multidimensional Poverty: A Comparison of Three Diffused Methods°

Anno: 2005

- n. 260 Nicola Salvati, Small Area estimation: the EBLUP estimator using the CAR model
- n. 261 Monica Pratesi-Nicola Salvati, Small Area Estimation: the EBLUP estimator with autoregressive random area effects
- n. 262 Riccardo Cambini-Claudio Sodini, A solution algorithm for a class of box constrained quadratic programming problems
- n. 263 Andrea Mercatanti, A constrained likelihood maximization for relaxing the exclusion restriction in causal inference.
- n. 264 Marco Bottai - Annalisa Lazzini - Nicola Salvati, Le proiezioni demografiche. Pisa 2003/2032
- n. 265 Andrea Mercatanti, An exercise in estimating causal effects for non-compliers: the return to schooling in Germany and Austria
- n. 266 Nicola Salvati, M-quantile Geographically Weighted Regression for Nonparametric Small Area Estimation
- n. 267 Ester Rizzi, Alessandro Rosina, L'influsso della Luna sul comportamento sessuale
- n. 268 Silvia Venturi, Linda Porciani, Moreno Toigo, Federico Benassi, Il migrate nello spazio sociale transnazionale: tra integrazione nel Paese di

Elenco dei report pubblicati

destinazione e appartenenza al Paese di origine

- n. 269 James Raymer, Alberto Bonaguidi, Alessandro Valentini, Describing and Projecting the Age and Spatial Structures of Interregional Migration in Italy
- n. 270 Laura Carosi, Laura Martein, Some classes of pseudoconvex fractional functions via the Charnes-Cooper transformation
- n. 271 Laura Carosi, Antonio Villanacci, Relative wealth dependent restricted participation on financial markets
- n. 272 Riccardo Cambini, Claudio Sodini, A sequential method for a class of box constrained quadratic programming problems
- n. 273 Riccardo Cambini, Rossana Riccardi, An approach to discrete convexity and its use in an optimal fleet mix problem
- n. 274 Riccardo Cambini, Claudio Sodini, An unifying approach to solve a class of parametrically-convexifiable problems
- n. 275 Paolo Manca, Misure di Rischio Finanziario
- n. 276 Bruno Cheli e Gianna Righi, Rapporto sulle abitudini di consumo di acqua potabile nel Comune di Cecina
- n. 277 Anna Marchi - Laura Martein, Pseudomonotonicity of an affine map and the two dimensional case
- n. 278 Andrea Pallini, Bernstein-type approximation of smooth functions
- n. 279 Ray Chambers, Monica Pratesi, Nicola Salvati, Nikos Tzavidis, Spatial M-quantile Models for Small Area Estimation

Anno: 2006

- n. 280 Franco Fineschi and Riccardo Giannetti, ADJOINTS OF A MATRIX
- n. 281 Andrea Mercatanti, An ML procedure for partially identified Causal models
- n. 282 Marco Geraci, Nicola Salvati, The geographical distribution of the consumption expenditure in Ecuador: Estimation and mapping of the regression quantiles
- n. 283 Mauro Sodini, Labour supply in a polluted world
- n. 284 Mauro Sodini, The Fragility of Social Capital: An Analytical Approach
- n. 285 Mauro Sodini, An endogenous growth model with social capital
- n. 286 Mauro Sodini, A two sectors growth model with social capital
- n. 287 Monica Pratesi, M. Giovanna Ranalli, Nicola Salvati, Nonparametric M-quantile Regression using Penalized Splines
- n. 288 Riccardo Cambini e Claudio Sodini, A computational comparison of some branch and bound methods for indefinite quadratic programs
- n. 289 Riccardo Cambini, Multiobjective Problems with Set Constraints: from Necessary Optimality Conditions to Duality Results
- n. 290 Il ruolo della complementarità stretta in programmazione matematica, Giorgio Giorgi
- n. 291 Andrea Pallini, Bernstein-type approximation using the beta-binomial distribution
- n. 292 Andrea Mercatanti, Identifiability and two-steps estimation procedures in casual models with ignorable assignments and non-ignorable compliance

Anno: 2007

- n. 293 Nikos Tzavidis, Nicola Salvati, Monica Pratesi, Ray Chambers, M-quantile Models with Application to Small Area Estimation and Poverty Mapping
- n. 294 Andrea Pallini, Saturation and Superefficiency for some Approximation of the Bernstein Type
- n. 295 Giorgio Guzzetta, Piero Manfredi, Estimation of the forces of infection in a complex epidemiological model for meningitis using genetic algorithms
- n. 296 Emanuele Del Fava, Piero Manfredi, Strange phenomena in the most basic inferential procedure: interval estimation for a binomial proportion
- n. 297 Odo Barsotti, Federico Benassi, Moreno Toigo, Migrants, employ et développement économique dans les provinces italiennes.
- n. 298 Odo Barsotti, Federico Benassi, Linda Porciani, Moreno Toigo, Silvia Venturi, Trasmigrants; The Integration Process and Links with Country of Origin
- n. 299 Riccardo Cambini
Claudio Sodini, Global optimization of a generalized quadratic program
- n. 300 Riccardo Cambini end Rossana Riccardi, Theoretical and algorithmic results for a class of hierarchical fleet mix problems

Anno: 2008

- n. 301 Riccardo Cambini and Claudio Sodini, A branch and bound approach for a class of d.c. programs
- n. 302 I.M. Stancu - Minasian and Andrea Madalina Stancu, SUFFICIENT OPTIMALITY CONDITIONS FOR NONLINEAR PROGRAMMING WITH MIXED CONSTRAINTS AND GENERALIZED p-LOCALLY ARCWISE
- n. 303 Ray Chambers, Hukum Chandra and Nicola Salvati, Estimation of Proportions for Small Areas Using Unit Level Models With Spatially Correlated population - An Application to Poverty Mapping.
- n. 304 Andrea Mercatanti, Assessing the effect of debit cards on households' spending under the uncounfoundedness assumption
- n. 305 Riccardo Cambini and Rossana Riccardi, On Discrete quasiconvexity concepts for single variable scalar functions
- n. 306 Sara Biagini, Marco Frittelli, Matheus Grasselli, Indifference price with general semimartingales
- n. 307 Sara Biagini, Paolo Guasoni, Relaxed Utility Maximization
- n. 308 Monica Pratesi, Nonparametric Small Area Estimation via M-quantile Regression using Penalized Splines
- n. 309 Angelo Antoci, Mauro Sodini, Indeterminacy, bifurcations and chaos in an overlapping generations model with negative environmental externalities
- n. 310 A. Cambini L. Martein, On the maximal domains of pseudoconvexity of some classes of generalized fractional functions.
- n. 311 A. Cambini L. Martein, On the generalized convexity of quadratic functions.
- n. 312 Riccardo Cambini, Claudio Sodini, Global optimization of a generalized linear program.
- n. 313 Cambini Alberto, Carosi Laura and Martein Laura, A new approach for regularity conditions in vector optimization
- n. 314 Porciani Linda, Martin Pilar, La mediazione familiare: strumento di risoluzione dei conflitti

Anno: 2009

- n. 315 Federico Benassi, Linda Porciani, The dual profile of migration in Tuscany.
- n. 316 Laura Carosi, Michele Gori, Antonio Villanacci, Endogenous Restricted Participation in General Financial Equilibrium-Existence Results
- n. 317 Sara Biagini Mihai Sirbu, A note on investment opportunities when the credit line is infinite
- n. 318 G. Giorgi, C. Zuccotti, Matrici a diagonale dominante:
principali definizioni, proprietà

Elenco dei report pubblicati

e applicazioni

- n. 319 Riccardo Cambini and Claudio Sodini, Global optimization of a generalized linear multiplicative program
- n. 320 Riccardo Cambini and Francesca Salvi, Solving a class of low rank d.c. programs via a branch and bound approach: a computational experience.
- n. 321 Riccardo Cambini and Francesca Salvi, Solving a class of low rank d.c. programs via a branch and reduce approach: a computational study.
- n. 322 Riccardo Cambini and Francesca Salvi, A branch and reduce approach for solving a class of low rank d.c. programs.
- n. 323 Andrea Pallini, On the asymptotic error of the bernstein-type approximations based on the beta-binominal distribution